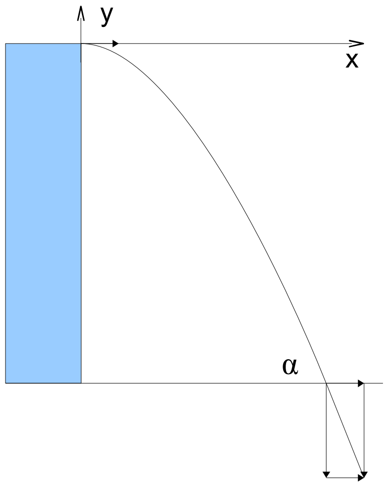
Waagrechter Wurf

Aufgabe: Von einem 10 m hohen Haus wird ein Pfeil mit der Geschwindigkeit $v=30\frac{m}{s}$ waagrecht abgeschossen.
Mit welcher Geschwindigkeit kommt er auf dem Erdboden an, unter welchem Winkel trifft er auf und wie weit vom Haus ist der Auftreffpunkt entfernt?



Formeln: geradlinig-gleichförmige Bewegung:
$s=v\cdot t$

beschleunigte Bewegung
$s=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2$
$v=a\cdot t$

Gegeben: $h_0=-10\,m$ $\quad v_0=30\frac{m}{s}$ $\quad g=10\frac{m}{s^2}$

Gesucht: x_E $\quad v_E$ $\quad \alpha_E$

Aufstellen der Bewegungsgleichungen:
x-Richtung: $x=v_0\cdot t$
y-Richtung: $y=-\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2$

Berechnung von x_E:

$$x_E=v_0\cdot t_E \rightarrow t_E=\frac{x_E}{v_0} \rightarrow h=-\frac{1}{2}\cdot g\cdot\left(\frac{x_E}{v_0}\right)^2=\frac{-g}{2\cdot v_0^2}\cdot x^2 \rightarrow x^2=\frac{2\cdot h\cdot v_0^2}{-g} \rightarrow x=\sqrt{\frac{2\cdot h\cdot v_0^2}{-g}}$$

Werte einsetzen: $x=\sqrt{\frac{2\cdot(-10)\cdot 900}{-10}}\,m=\sqrt{1800}\,m\approx 42{,}4\,m$

Berechnung von v_E :

$$v_x=v_0\,;\ v_y=-g\cdot t\,;\ v_E=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{v_0^2+(-g\cdot t_E)^2}=\sqrt{v_0^2+\frac{g^2}{v_0^2}\cdot x_E^2}=\sqrt{v_0^2+\frac{g^2}{v_0^2}\cdot\frac{2\cdot h\cdot v_0^2}{-g}}=\sqrt{v_0^2-2\cdot h\cdot g}$$

Werte einsetzen: $v_E=\sqrt{900-2\cdot(-10)\cdot 10}\,\frac{m}{s}=\sqrt{900+200}\,\frac{m}{s}=\sqrt{1100}\,\frac{m}{s}\approx 33{,}2\,\frac{m}{s}$

Berechnung von α_E :

$$\tan\alpha_E=\frac{v_y}{v_x}=\frac{-g\cdot t_E}{v_0}=\frac{-g\cdot\frac{x_E}{v_0}}{v_0}=\frac{-g\cdot x_E}{v_0^2}=\frac{-g\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h\cdot v_0^2}{-g}}}{v_0^2}=\sqrt{\frac{2\cdot g^2\cdot h\cdot v_0^2}{-g\cdot v_0^4}}=\sqrt{\frac{-2\cdot g\cdot h}{v_0^2}}=\frac{\sqrt{-2\cdot g\cdot h}}{v_0}$$

Werte einsetzen: $\tan\alpha_E=\frac{\sqrt{-2\cdot 10\cdot(-10)}}{30}=\frac{\sqrt{200}}{30}\approx 0{,}47 \rightarrow \alpha_E=25{,}2\,°$