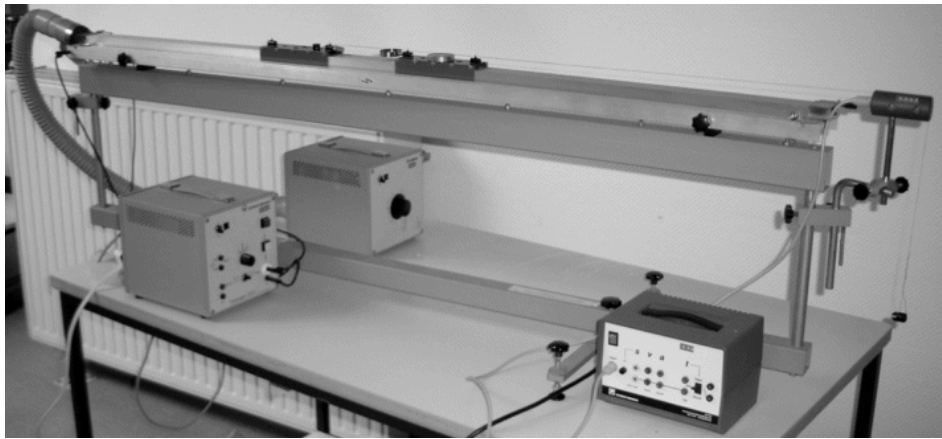
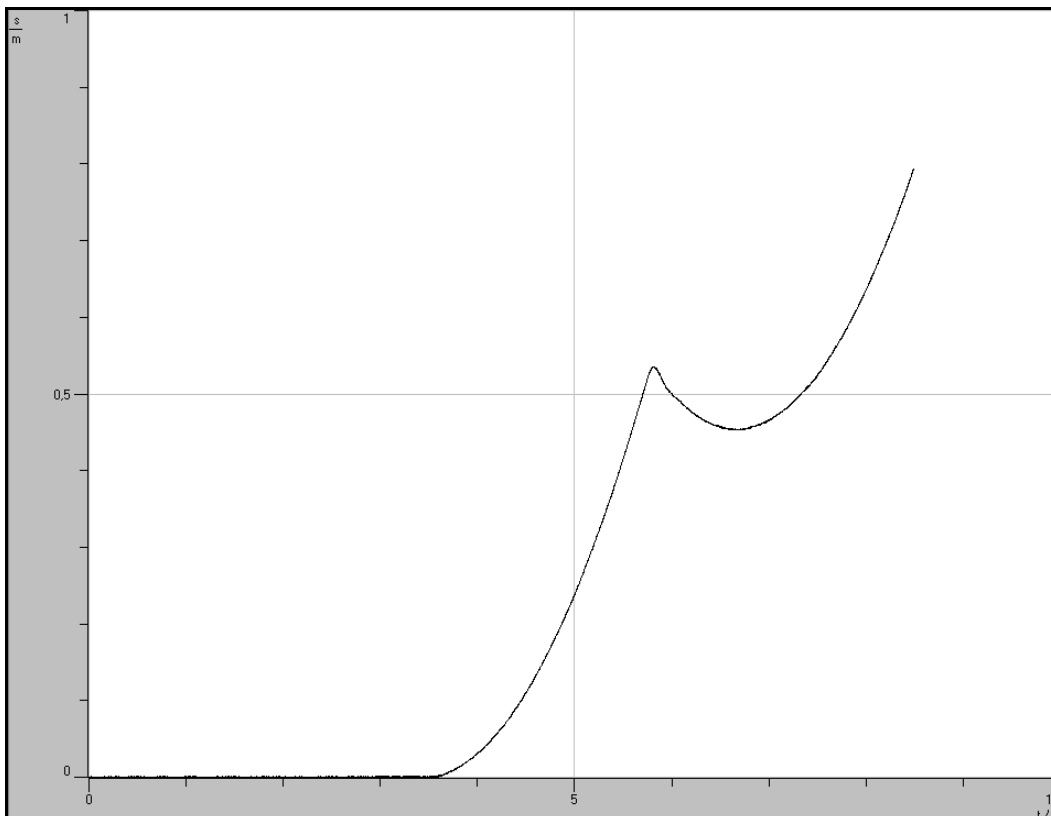


- ▶ Bei den Aufgaben dürfen Sie ausschließlich die Programme „Cassy-Lab“, „Derive 5“ und „Excel“ benutzen.
- ▶ **Alle** schriftlichen Überlegungen und Ergebnisse müssen auf dem Klausurbogen protokolliert werden.
- ▶ Speichern Sie **alle** Bearbeitungen zwischendurch sehr häufig und auf alle Fälle zum Schluss auf Diskette ab!

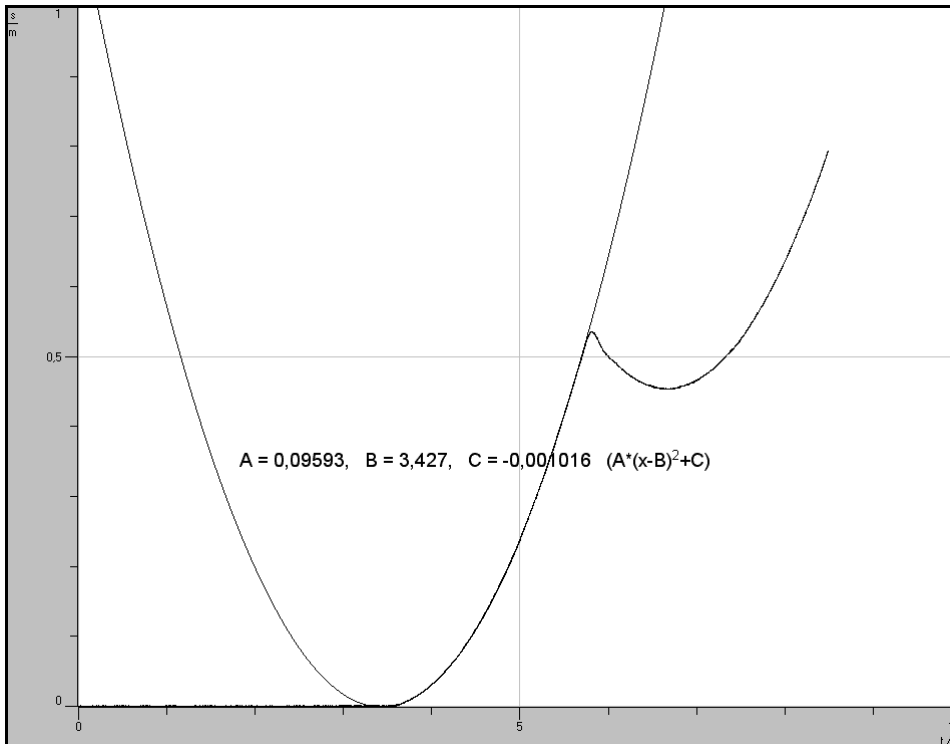


- 1 Auf der Diskette finden Sie eine Cassy-Lab-Datei (\*.lab). Laden Sie diese in Cassy-Lab. Folgender Versuch liegt der Messung zu Grunde: Ein Wagen 1 der Masse  $m_1=103\text{g}$  fährt konstant beschleunigt und stößt voll elastisch auf den ruhenden Wagen 2 ( $v_2=0\text{m/s}$ ).



- a) Ermitteln Sie möglichst genau den Zeitpunkt (in Sekunden nach Beginn der Messung), zu dem der Wagen losfährt. Das Verfahren, mit dem Sie diesen Zeitpunkt ermitteln, muss erkennbar sein.

Eine allgemeine Anpassung mit der Parabelgleichung  $A \cdot (x-B)^2 + C$  liefert mit dem Wert  $B$  den Beginn der Bewegung zur System-Zeit 3,427 Sekunden.



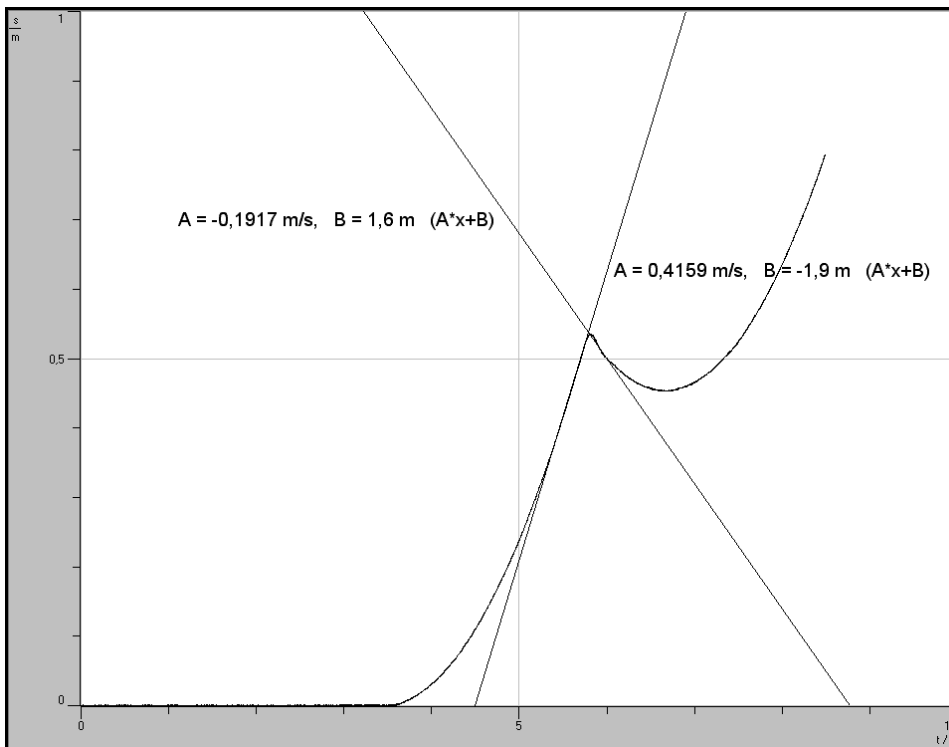
- b) Beschreiben Sie in Worten, wie sich der Wagen 1 während der Messzeit bewegt. Wie würde die Messkurve weiter verlaufen, wenn man die Messung nicht abgebrochen hätte und die Luftkissenfahrbahn unendlich lang wäre? Gäbe es z.B. noch besonders erwähnenswerte Stellen?

Zunächst steht der Wagen. Dann bewegt er sich geradlinig und gleichförmig beschleunigt (Parabel) bis er auf den 2. Wagen stößt. Er prallt von dem 2. Wagen ab, fährt ein kurzes Stück zurück und danach wieder in Vorwärtsrichtung. Nach dem Stoß wird er genau so beschleunigt wie vor dem Stoß (Parabel der gleichen Form). Der 2. Wagen wird in Vorwärtsrichtung angestoßen und fährt mit konstanter Geschwindigkeit weiter. Da der 1. Wagen beschleunigt wird, steigert sich seine Geschwindigkeit immer mehr, so dass er den 2. Wagen irgendwann einholen wird und es wiederum zum Stoß kommt. Dieser Ablauf wiederholt sich endlos bei wachsender Geschwindigkeit des 2. Wagens, wenn nicht andere Effekte überhand nehmen (relativistische Geschwindigkeiten, Ende der Fahrbahn, nicht vernachlässigbare Luftreibung etc.)

- c) Bestimmen Sie aus dem Messgraphen die Geschwindigkeit  $v_1$  des Wagens 1 unmittelbar vor dem Stoß und  $v_1'$  des Wagens 1 unmittelbar nach dem Stoß.

Zur Bestimmung der Geschwindigkeiten werden Ausgleichsgeraden an die beiden Parabelbögen möglichst dicht an der Stoßstelle angepasst. Diese Geraden stellen näherungsweise Tangenten an der Stoßstelle dar und geben mit ihrer Steigung unmittelbar die Geschwindigkeiten an.

Siehe Diagramm auf der nächsten Seite.



- d) Berechnen Sie aus den gefundenen Werten die Masse  $m_2$  des Wagens 2.  
 Falls Sie  $v_1$  und  $v_1'$  nicht bestimmen konnten, und nur dann, rechnen Sie mit  $v_1=0,4321\text{m/s}$  und  $v_1'=-0,2345\text{m/s}$ .

*Die Auswertung erfolgt mit Derive:*

**Impulserhaltungssatz**

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_{1s} + m_2 \cdot v_{2s}$$

**Energieerhaltungssatz**

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{1s}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{2s}^2$$

**gegebene und aus dem Graphen ermittelte Werte**

$$m_1 := 103$$

$$v_2 := 0$$

$$v_1 := 0.4159$$

$$v_{1s} := -0.1917$$

**Berechnung der Masse  $m_2$**

$$\frac{428377}{10000} = m_2 \cdot v_{2s} - \frac{197451}{10000} \quad (\text{Impulserhaltungssatz vereinfacht gibt I})$$

$$\frac{1781619943}{200000000} = \frac{m_2 \cdot v_{2s}^2}{2} + \frac{378513567}{200000000} \quad (\text{Energieerhaltungssatz vereinfacht gibt II})$$

nun I nach  $v_{2s}$  auflösen und in II einsetzen

$$\text{SOLVE} \left( \begin{array}{l} \frac{428377}{10000} = m_2 \cdot v_{2s} - \frac{197451}{10000}, v_{2s} \end{array} \right)$$

$$v_{2s} = \frac{156457}{2500 \cdot m_2}$$

$$\frac{1781619943}{200000000} = \frac{24478792849}{12500000 \cdot m_2} + \frac{378513567}{200000000}$$

$$\text{SOLVE} \left( \begin{array}{l} \frac{1781619943}{200000000} = \frac{24478792849}{12500000 \cdot m_2} + \frac{378513567}{200000000}, m_2 \end{array} \right)$$

$$m_2 = \frac{312914}{1121}$$

$$m_2 = 279.1382694$$

$v_{2s}$  (war nicht gefragt)

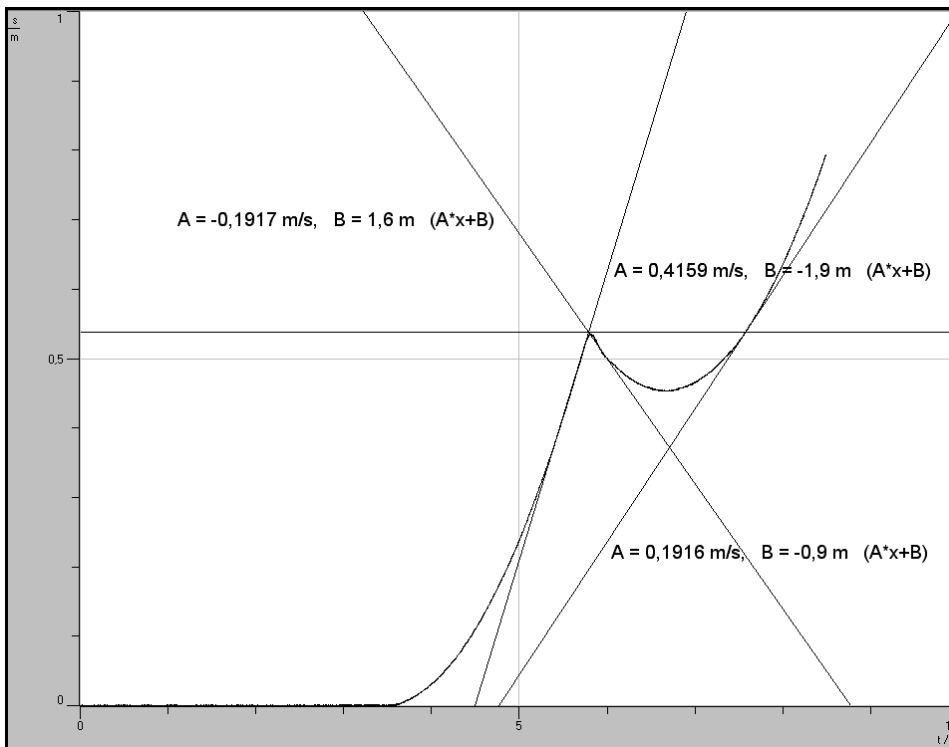
$$v_{2s} = \frac{312914000}{1395691347}$$

$$v_{2s} = 0.2242$$

- e) Zusatzaufgabe für Zusatzpunkte: Nach dem Stoß musste das Rad des Registriergerätes erst wieder zu gleichmäßiger Bewegung finden. Wie ließe sich die Geschwindigkeit unmittelbar nach dem Stoß genauer bestimmen? Verfahren angeben und Wert berechnen.

*Da die Parabel im rechten Bereich der Messkurve achsensymmetrisch ist, kann man die Steigung an der Symmetriestelle bestimmen: Waagrechte Linie durch den Stoßpunkt legen. Am rechten Schnittpunkt mit der Parabel Tangente (bzw. Ausgleichsgerade) anlegen.*

*Siehe Diagramm auf der nächsten Seite.*



f) Berechnen Sie, mit welcher angehängten Masse der Wagen 1 beschleunigt wurde.

*Berechnung mit Derive:*

**Berechnung der beschleunigenden Masse  $m_b$  aus  $F_g = m \cdot a$**

$$m_b \cdot g = m_1 \cdot a$$

$$g := 9.81$$

**a wird aus Parabelanpassung abgelesen: wegen  $s = 1/2 \cdot a \cdot t^2$  ist**

**$A = 1/2 \cdot a$ , also  $a = 2 \cdot A$**

$$a := 0.09593 \cdot 2$$

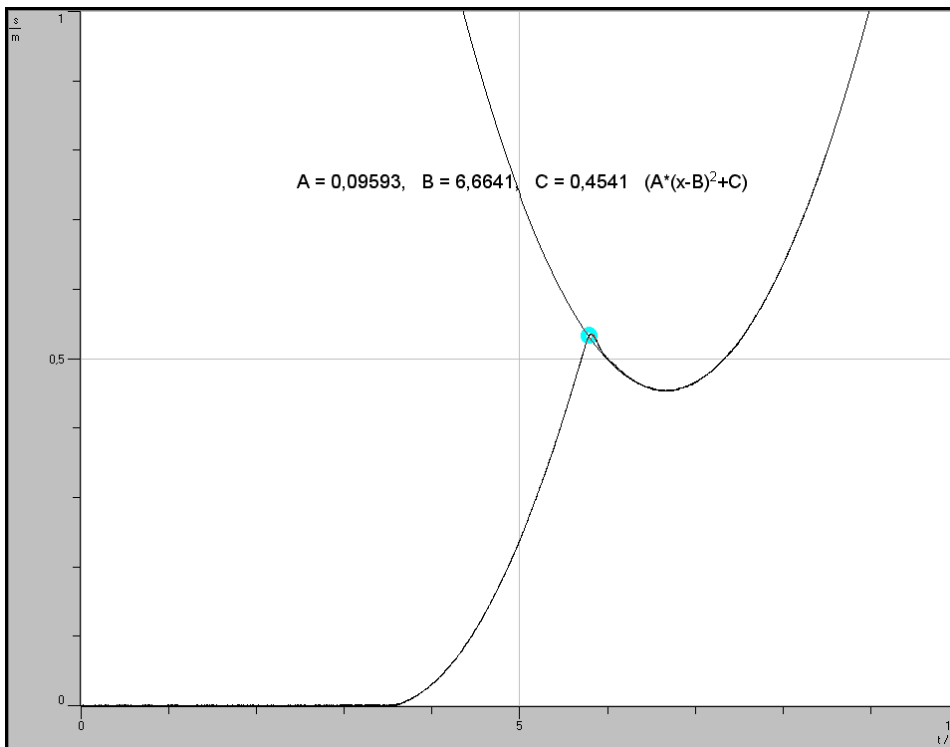
$$\frac{981 \cdot m_b}{100} = \frac{988079}{50000}$$

$$\text{SOLVE} \left( \frac{981 \cdot m_b}{100} = \frac{988079}{50000}, m_b \right)$$

$$m_b = \frac{988079}{490500}$$

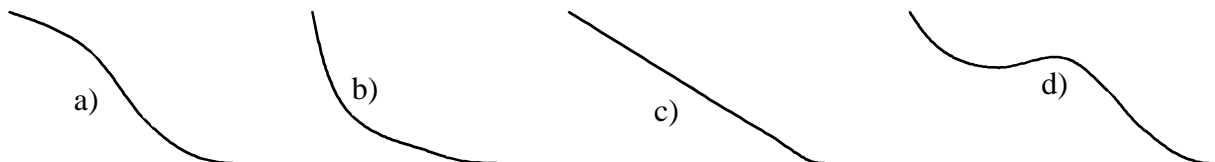
$$m_b = 2.014432212$$

*Diagramm siehe nächste Seite*



Die folgenden Aufgaben 2 und 3 dürfen Sie (müssen Sie aber nicht) mit Derive oder Excel berechnen. Wenn Sie den Computer zu Hilfe nehmen, speichern Sie alle Arbeitsblätter unter sinnvollen Namen wie z.B. „Aufgabe2“ ab.

2



Von einem 50m hohen Rodel-Hügel gibt es 4 verschiedene Abfahrten. Berechnen Sie, welche Höchstgeschwindigkeit ein Schlitten bei einer Abfahrt höchstens erreichen kann, wenn man die Reibung vernachlässigt und der Schlitten nicht angeschoben wird.

Unterscheiden sich die Abfahrten dabei in ihrer maximal erreichbaren Endgeschwindigkeit? Geben Sie dazu eine begründete Antwort und ggf. auch eine Reihenfolge an.

Falls keine Reibung auftritt, müssen die Endgeschwindigkeiten in jedem Fall gleich sein, da die gesamte potentielle Energie gänzlich in kinetische Energie umgewandelt wird. Die maximale (allerdings unrealistische) Geschwindigkeit ergibt sich aus der Annahme fehlender Reibung.

### Energieerhaltungssatz

$$W_{\text{pot}} = W_{\text{kin}}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$h := 50$$

$$g := 9.81$$

$$\text{SOLVE} \left( \begin{array}{l} m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2, v \\ \end{array} \right)$$

$$v = -3 \cdot \sqrt{109} \quad v = 3 \cdot \sqrt{109}$$

$$v = -31.32091952 \quad v = 31.32091952$$

*Es ist also keine Geschwindigkeit von mehr als 31,32 m/s möglich.*

3 Auf einer waagrechten Fläche liegt eine masselose Schraubenfeder ( $D=0,5 \text{ N/cm}$ ). Ein Massestück ( $m=200\text{g}$ ) wird so gegen die Feder gedrückt, dass diese um  $s=10\text{cm}$  eingedrückt wird. Wird das Massestück freigegeben, wird es durch die Feder beschleunigt, bewegt sich zunächst waagrecht fort und wird dann so umgelenkt, dass es senkrecht in die Höhe fliegt.

Bei den folgenden Rechnungen soll jegliche Reibung vernachlässigt werden.

a) Berechnen Sie, wie hoch das Massestück fliegt.

*Die Spannenergie wandelt sich vollständig in potentielle Energie um. Daraus ergibt sich die Höhe:*

**W<sub>sp</sub>=W<sub>pot</sub>**

$$\frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$D := 0.5 \cdot 100$$

$$m := 0.2$$

$$g := 9.81$$

$$s := 0.1$$

$$\frac{1}{4} = \frac{981 \cdot h}{500}$$

$$\text{SOLVE} \left( \frac{1}{4} = \frac{981 \cdot h}{500}, h \right)$$

$$h = \frac{125}{981}$$

$$h = 0.1274209989$$

*Die erreichte Höhe beträgt also etwa 12,7 cm.*

- b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Massestücks, wenn die Feder nicht mehr 10cm, sondern nur noch 9 cm eingedrückt ist.

Nachdem 1 cm zurückgelegt ist, berechnet sich die Gesamtenergie aus der Summe der restlichen Spannenergie und der kinetischen Energie:

**Energieerhaltungssatz**

$$W_{sp} = W_{sp1} + W_{kin}$$

$$\frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$s_1 := 0.09$$

$$\frac{1}{4} = \frac{v^2}{10} + \frac{81}{400}$$

$$\text{SOLVE} \left( \begin{array}{c} \left( \begin{array}{ccc} & 2 & \\ 1 & v & 81 \\ 4 & 10 & 400 \end{array} \right) \end{array} \right)$$

$$v = -\frac{\sqrt{190}}{20} \quad v = \frac{\sqrt{190}}{20}$$

$$v = -0.6892024376 \quad v = 0.6892024376$$

Die gesuchte Geschwindigkeit beträgt also etwa 68,9 cm/s.

- c) Gibt es eine Stelle, an der die kinetische Energie genau so groß ist wie die Spannenergie? Wenn ja, berechnen Sie, wie weit die Feder dann noch eingedrückt ist.

Ja, eine solche Stelle gibt es, denn die Spannenergie wandelt sich schrittweise in kinetische Energie um. Wenn die Spannenergie nur noch die Hälfte ihrer Anfangsenergie besitzt, ist die kinetische Energie gleich groß. Rechnung:

$$W_{sp} = W_{sp2} + W_{kin}$$

$$\frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s_2^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$W_{sp2} = W_{kin}$$

$$\frac{1}{2} \cdot D \cdot s_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$



Einsetzen der Anfangswerte in beide Gleichungen, Auflösen einer Gleichung nach v und Einsetzen in die andere Gleichung ergibt s<sup>2</sup>.

$$25 \cdot s^2 = \frac{v^2}{10}$$

$$\frac{1}{4} = 25 \cdot s^2 + \frac{v^2}{10}$$

$$\text{SOLVE} \left( \begin{array}{l} 25 \cdot s^2 = \frac{v^2}{10}, v \end{array} \right)$$

$$v = -5 \cdot \sqrt{10} \cdot s^2 \quad v = 5 \cdot \sqrt{10} \cdot s^2$$

$$\frac{1}{4} = 50 \cdot s^2$$

$$\text{SOLVE} \left( \frac{1}{4} = 50 \cdot s^2, s^2 \right)$$

$$s^2 = -\frac{\sqrt{2}}{20} \quad v = \frac{\sqrt{2}}{20}$$

$$s^2 = -0.07071067811 \quad v = 0.07071067811$$

Wenn die Feder noch etwa 7 cm eingedrückt ist, sind Spannenergie und kinetische Energie gleich.

- d) Gibt es auch bei anderen Anfangsbedingungen (D, m, s) immer einen Punkt, an dem die kinetische gleich der Spannenergie ist? Begründung!

Die Begründung ist schon unter c) gegeben. Allgemeine Rechnung:

$$W_{sp} = W_{sp2} + W_{kin}$$

$$\frac{1}{2} \cdot D x \cdot s x = \frac{1}{2} \cdot D x \cdot s x^2 + \frac{1}{2} \cdot m x \cdot v x$$

### Wsp2=Wkin

$$\frac{1}{2} \cdot D x \cdot s x^2 = \frac{1}{2} \cdot m x \cdot v x^2$$

$$\text{SOLVE} \left( \frac{1}{2} \cdot D x \cdot s x^2 = \frac{1}{2} \cdot m x \cdot v x^2, v x \right)$$

$$v x = \frac{\sqrt{D x \cdot s x^2}}{\sqrt{m x}} \quad \vee \quad v x = \frac{\sqrt{D x \cdot s x^2}}{\sqrt{m x}}$$

$$\frac{D x \cdot s x^2}{2} = D x \cdot s x^2$$

$$\text{SOLVE} \left( \frac{D x \cdot s x^2}{2} = D x \cdot s x^2, s x^2 \right)$$

$$s x^2 = \frac{\sqrt{2} \cdot s x}{2} \quad \vee \quad s x^2 = \frac{\sqrt{2} \cdot s x}{2}$$

---

Formeln:

$$s = v \cdot t \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad v = a \cdot t \quad F = m \cdot a \quad F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad p = m \cdot v \quad a_z = \frac{v^2}{r} \quad v = \omega \cdot r \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \quad m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v' \quad W_{pot} = m \cdot g \cdot h \quad W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2'^2 \quad W_{sp} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$$

---

Viel Erfolg bei der Bearbeitung !!!