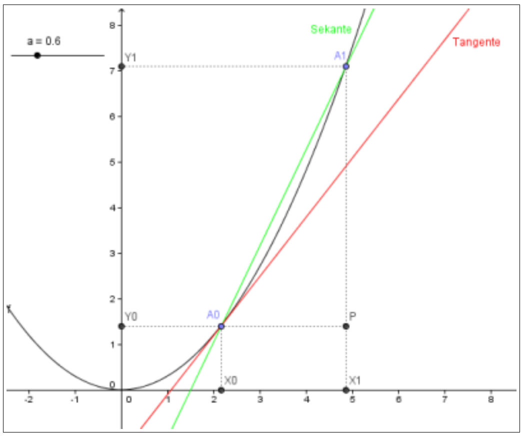
Zur Bestimmung der Momentangeschwindigkeit bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung



Das Diagramm einer gleichförmig beschleunigten Bewegung ergibt als t-s-Diagramm eine Parabel.
Da die Parabel ihren Scheitelpunkt im Punkt (0/0) hat, kann man als Funktionsgleichung ansetzen: $s=c\cdot t^2$ c ist eine Konstante.

Soll die Momentangeschwindigkeit zu einer bestimmten Zeit ermittelt werden, so kann man sich vorstellen, den bewegten Körper zu diesem Zeitpunkt nicht weiter zu beschleunigen, sondern ihn geradlinig gleichförmig mit konstanter Geschwindigkeit weiterbewegen zu lassen. Der Graph dieser Bewegung läge dann auf der Tangente an der Parabel in dem zur Messzeit gültigen Punkt. Die Momentangeschwindigkeit ergibt sich aus der Steigung der Tangente.

Da aus den Messwerten die Tangente nicht bestimmt werden kann, weil die Tangente mit der Parabel nur einen einzigen Punkt A0 gemeinsam hat, nimmt man vorläufig einen zweiten Messpunkt A1 und legt durch die beiden Punkt eine Sekante, deren Steigung $m_{Sekante}=\frac{Y1-Y0}{X1-X0}$ der Steigung der Tangente schon recht nahe kommt.

Um das Ergebnis zu verbessern, lässt man den Punkt A1 immer weiter an den Punkt A0 heran rücken und erhält als Grenzwert die Steigung der Tangente: $m_{Tangente}=\lim\limits_{A1\to A0} m_{Sekante}=\lim\limits_{A1\to A0}\frac{Y1-Y0}{X1-X0}$.

Mit den für Bewegungen üblichen Bezeichnungen setzten wir für die Zeit $X=t$, für den Weg $Y=s$, und für die Geschwindigkeit $m=v$.

Damit ergibt sich: $v_{momentan}=\lim\limits_{t_1-t_0}\frac{s_1-s_0}{t_1-t_0}$

Mit $s=c\cdot t^2$ rechnet man folgendermaßen:

$$v_{momentan}=\lim_{t_1-t_0}\frac{c\cdot t_1^2-c\cdot t_0^2}{t_1-t_0}=c\cdot\lim_{t_1-t_0}\frac{t_1^2-t_0^2}{t_1-t_0}=c\cdot\lim_{t_1-t_0}\frac{(t_1-t_0)\cdot(t_1+t_0)}{t_1-t_0}=c\cdot\lim_{t_1-t_0}(t_1+t_0)=c\cdot 2t_0$$

Aus dem t-v-Diagramm für die beschleunigte Bewegung kann man entnehmen, dass v~t (Ursprungsgerade).

Mit dem Proportionalitätsfaktor a, der „Beschleunigung“ genannt wird, weil er durch seinen Wert angibt, wie schnell ein Körper schneller wird, kann man schreiben: $v=a\cdot t$

Der Vergleich $v=c\cdot 2t_0$ mit $v=a\cdot t$ ergibt den c-Wert $c=\frac{1}{2}\cdot a$.

Ist s(t) die zurückgelegte Wegstrecke zur Zeit t und v(t) die Momentangeschwindigkeit zur Zeit t, so gilt also

$s(t)=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2$; $v(t)=a\cdot t$ mit a als konstanter Beschleunigung.

Ist die Beschleunigung nicht konstant, so müssen s und v anders bestimmt werden.

Das oben abgebildete GeoGebra-Arbeitsblatt kann durch Klick auf das Bild oder hier gestartet werden.