Grenzwerte von Funktionen für $x \to x_0$

1
$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3} = 6$$

1. Methode: x wird ersetzt durch eine Folge mit Grenzwert 3: $x_n = 3+\frac{1}{n}$

$$\frac{\left(3+\frac{1}{n}\right)^2-9}{\left(3+\frac{1}{n}\right)-3} = \frac{9+\frac{6}{n}+\frac{1}{n^2}-9}{3+\frac{1}{n}-3} = \frac{\frac{6}{n}+\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n}} = 6+\frac{1}{n} \underset{n\to\infty}{\to} 6$$

2. Methode: Termumformung

$$\frac{x^2-9}{x-3} = \frac{(x+3)(x-3)}{x-3} = x+3 \underset{x\to 3}{\to} 6$$

2
$$\lim_{x\to -\frac{1}{2}} \frac{4x^2-1}{2x+1} = -2$$

1. $$\frac{4\cdot\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{n}\right)^2-1}{2\cdot\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{n}\right)+1} = \frac{4\cdot\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}\right)-1}{-1+\frac{2}{n}+1} = \frac{1-\frac{4}{n}+\frac{4}{n^2}-1}{\frac{2}{n}} = -2+\frac{2}{n} \underset{n\to\infty}{\to} -2$$

2. $$\frac{4x^2-1}{2x+1} = \frac{(2x+1)(2x-1)}{2x+1} = 2x-1 \underset{x\to -\frac{1}{2}}{\to} 2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-1 = -1-1 = -2$$

3
Löse durch Polynomdivision $\lim_{x\to -1,5} \frac{2x^2+x-3}{2x+3} = -2,5$

$$(2x^2+x-3):(2x+3) = x-1 \underset{x\to -1,5}{\to} -1,5-1 = -2,5$$

$$\begin{array}{l}\underline{2x^2+3x}\\ \quad -2x-3\\ \quad \underline{-2x-3}\\ \qquad\quad 0\end{array}$$

4
Löse durch Polynomdivision $\lim_{x\to \frac{1}{3}} \frac{15x^2-11x+2}{1-3x} = \frac{1}{3}$

$$(15x^2-11x+2):(-3x+1) = -5x+2 \underset{x\to \frac{1}{3}}{\to} -\frac{5}{3}+2 = \frac{1}{3}$$

$$\begin{array}{l}\underline{15x^2-5x}\\ \quad -6x+2\\ \quad \underline{-6x+2}\\ \qquad\quad 0\end{array}$$
