

Tangentengleichung

Die Gleichung einer Tangente zum Graphen der Funktion $f(x)$ ist gesucht.

Die Tangente soll im Punkt (x_0/y_0) den Graphen berühren.

Ansatz: Die Gleichung der Tangenten ist eine Geradengleichung der Art $y=m \cdot x+b$.

Da die Tangente bei $x=x_0$ den Graphen berühren soll, schreibt man $y=t_{x_0}(x)$, also $t_{x_0}(x)=m \cdot x+b$.

Die Steigung m der Tangenten stimmt mit der Steigung $f'(x_0)$ des Graphen im Punkt (x_0/y_0) überein.

Also gilt $t_{x_0}(x)=f'(x_0) \cdot x+b$.

Da die Tangente den Punkt (x_0/y_0) enthält, ergibt sich der Wert für b durch Einsetzen der Koordinaten dieses Punktes in die Tangentengleichung:

$$y_0=f(x_0)=f'(x_0) \cdot x_0+b \rightarrow b=f(x_0)-f'(x_0) \cdot x_0$$

Daraus folgt die Tangentengleichung

$$t_{x_0}(x)=f'(x_0) \cdot x+f(x_0)-f'(x_0) \cdot x_0$$

und zusammengefasst

$$t_{x_0}(x)=f'(x_0) \cdot (x-x_0)+f(x_0)$$

