

Name: \_\_\_\_\_

Rohpunkte: /



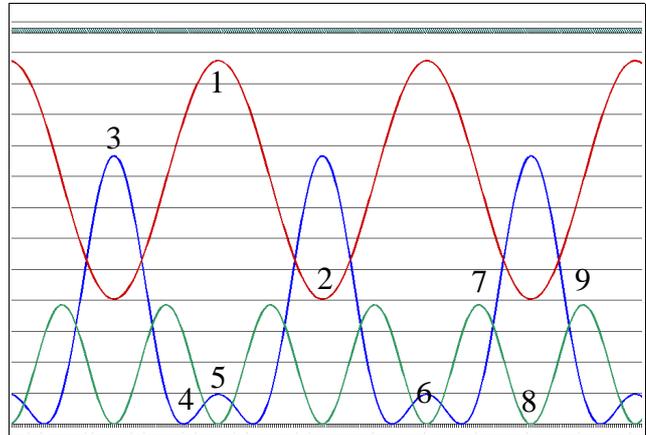
Bewertung: Punkte ( )

- 1 Das nebenstehende Schaubild zeigt die Energien, die beim Schwingen einer Schraubenfeder auftreten. Die rote Kurve ganz oben gibt die potenzielle Energie an, die blaue Kurve, die in die obere hineinragt, gibt die Spannungsenergie an und die grüne Kurve ganz unten gibt die kinetische Energie an.

Am unteren dick markierten Strich ist die Energie 0, nach oben hin nimmt die Energie zu.

Geben Sie für jede Energieart und dabei für jedes Maximum und Minimum der Kurve an, in welchem Zustand (Ort, Lage, entspannt oder gespannt usw.) sich die Feder gerade befindet. Ordnen Sie Ihren Ausführungen die Extrema durch eine eindeutige Markierung zu. Wiederholt auftretende Extrema mit gleichen Eigenschaften brauchen Sie natürlich nur einmal zu beschreiben.

Erläutern Sie, was in dieser Darstellung die dick gezeichnete Linie am oberen Rand bedeutet und warum sie ganz gerade von links nach rechts verläuft.



**Lösung:**

**rote Kurve:** 1: der Körper befindet sich am oberen Umkehrpunkt; die Geschwindigkeit ist 0; die Feder ist leicht zusammengedrückt.

2: der Körper befindet sich am unteren Umkehrpunkt; die Geschwindigkeit ist 0; die Feder ist maximal gespannt.

**blaue Kurve:** 3: wie bei 2

4: die Feder ist vollkommen entspannt; der Körper befindet sich auf der Höhe, auf der die Unterkante der Feder wäre, wenn diese nicht durch den Körper belastet wäre; die Geschwindigkeit ist ungleich 0.

5: wie bei 1

**grüne Kurve:** 6: wie bei 1

7: die Geschwindigkeit ist maximal; der Ort befindet sich genau mitten zwischen dem oberen und unteren Umkehrpunkt; auch wenn es fast so aussieht, die Feder ist hier nicht entspannt.

8: wie bei 2

9: wie bei 7

Die obere dick gezeichnete Linie gibt die Gesamtenergie an. Wenn man die Höhen der Kurvenpunkte der einzelnen Energien addiert, gelangt man zu dieser Gerade. Da die Gesamtenergie konstant bleibt, verläuft die Gerade parallel zur Zeit-Achse (der waagrechten Achse).

- 2 Zwei elastische Kugeln stoßen zusammen. Vor dem Stoß haben die Kugeln die Geschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_2$ . Diese Geschwindigkeiten sollen Sie berechnen.  
Die Kugel 1 hat die Masse  $m_1 = 1\text{kg}$ , die Kugel 2 die Masse  $m_2 = 2\text{kg}$ . Nach dem Stoß soll die Kugel 1 in Ruhe sein (also  $u_1 = 0\text{m/s}$ ). Die Kugel 2 hat nach dem Stoß die Geschwindigkeit  $u_2 = 4\text{m/s}$ .

*Lösung:*

*Es gelten der Impuls- und der Energieerhaltungssatz (siehe erste Zeile der Formelsammlung unten). Setzt man die gegebenen Werte ein, erhält man folgende Gleichungen (Einheiten weggelassen):*

*Impulserhaltungssatz:*  $1 \cdot v_1 + 2 \cdot v_2 = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 4 \Rightarrow v_1 + 2v_2 = 8 \Rightarrow v_1 = 8 - 2v_2$  [1]

*Energieerhaltungssatz:*  $1 \cdot v_1^2 + 2 \cdot v_2^2 = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 16 \Rightarrow v_1^2 + 2v_2^2 = 32$  [2]

*[1] in [2] eingesetzt ergibt:*  $(8 - 2v_2)^2 + 2v_2^2 = 32 \Rightarrow 64 - 32v_2 + 4v_2^2 + 2v_2^2 = 32 \Rightarrow$

$$6v_2^2 - 32v_2 + 32 = 0 \Rightarrow v_2^2 - \frac{32}{6}v_2 + \frac{32}{6} = 0 \Rightarrow v_2^2 - \frac{16}{3}v_2 + \frac{16}{3} = 0 \Rightarrow$$

$$v_{2,1,2} = \frac{8}{3} \pm \sqrt{\frac{64}{9} - \frac{16}{3}} = \frac{8}{3} \pm \sqrt{\frac{64 - 48}{9}} = \frac{8}{3} \pm \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{8}{3} \pm \frac{4}{3} \Rightarrow v_{2,1} = \frac{12}{3} = 4 ; v_{2,2} = \frac{4}{3}$$

*Damit ergibt sich aus [1]:*  $v_{1,1} = 8 - 2 \cdot 4 = 0 ; v_{1,2} = 8 - 2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{24 - 8}{3} = \frac{16}{3}$

*Die erste Lösung scheidet aus, weil sich da die Kugeln nicht treffen.*

*Die Geschwindigkeiten vor dem Stoß sind also*  $v_1 = \frac{16}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$  *und*  $v_2 = \frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

- 3 Ein Künstler erzählte mir, er habe vor, in den hohen Bäumen seines Gartens schwere Steine zu lagern, die, wenn sie an Seilen langsam hinabgleiten würden, über einen Dynamo elektrische Energie erzeugen sollten.

Angenommen, die gesamte potenzielle Energie eines Steins der Masse  $m = 40\text{kg}$ , der in  $15\text{m}$  Höhe gelagert würde, könnte verlustfrei in elektrische Energie umgewandelt werden.

Berechnen Sie, wie lange dann mit dieser Energie eine  $40\text{W}$ -Glühlampe betrieben werden könnte.

*Lösung:*

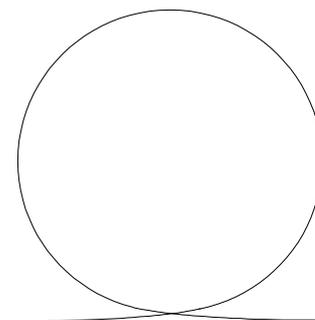
*Die elektrische Energie berechnet sich aus*  $P = \frac{W}{t}$  *zu*  $W = P \cdot t$ .

*Die potenzielle Energie berechnet sich aus*  $W = m \cdot g \cdot h$ .

*Zusammen ergibt sich also*  $P \cdot t = m \cdot g \cdot h \Rightarrow t = \frac{m \cdot g \cdot h}{P} = \frac{40 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 15 \text{ m}}{40 \text{ W}} = 150 \text{ s} = 2,5 \text{ min}$

*Die Glühlampe könnte also mit der Energie des Steins 2,5 Minuten lang leuchten.*

- 4 Der kreisförmige Looping bei einer Spielzeug-Auto-Rennstrecke hat einen Durchmesser von 50cm. Der kleine Flitzer besitzt die Masse 20g und fährt, nachdem er angeschoben wurde, ohne weiteren Antrieb reibungslos (schön wäre es ...) weiter.  
Berechnen Sie, welche Geschwindigkeit der Wagen unten in der Ebene haben muss, damit er oben im Looping in seiner Bahn bleibt und nicht herunterstürzt.



Lösung:

Mit dem Durchmessers  $h$  gilt  $r = \frac{1}{2} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 50 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$

Die kinetische Energie unten muss so groß sein wie die Gesamtenergie oben, die sich aus kinetischer und potenzieller Energie zusammensetzt.

$$W_{\text{kin, unten}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_u^2 ; W_{\text{gesamt, oben}} = W_{\text{pot, oben}} + W_{\text{kin, oben}} = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2$$

Also gilt:  $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_u^2 = m \cdot g \cdot 2r + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2 \Rightarrow v_u^2 = 4gr + v_o^2$  [3]

Damit der Wagen im oberen Punkt nicht hinunterfällt, muss dort die Zentripetalkraft größer als die

Gewichtskraft sein:  $F_z > F_G \Rightarrow \frac{m \cdot v_o^2}{r} > m \cdot g \Rightarrow v_o^2 > g \cdot r$  [4]

[4] wird in [3] eingesetzt:  $v_u^2 > 4gr + gr = 5gr \Rightarrow v_u > \sqrt{5gr} = \sqrt{5 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,25 \text{ m}} = \sqrt{12,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 3,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Der Wagen muss also eine größere Geschwindigkeit als etwa 3,5 m/s haben.

- 5 Um von A nach B zu kommen, wobei B um 2m tiefer als A und um 6m in waagrechter Richtung von A entfernt liegt, kann man eine schiefe Ebene benutzen (Abb.1). Man kann sich aber auch auf einer Bahn bewegen, die erst schnell nach unten geht und sich dann flacher bewegt (Abb.2), im Grenzfall sogar erst senkrecht nach unten und dann waagrecht (Abb.3). Oder aber man bewegt sich erst flach und dann immer steiler (Abb.4) oder im Extremfall erst waagrecht und dann senkrecht (Abb.5).

Abb.1

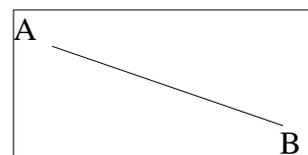


Abb.2

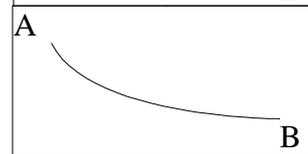


Abb.3

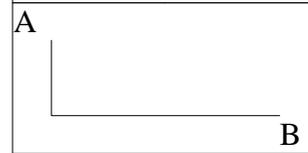


Abb.4

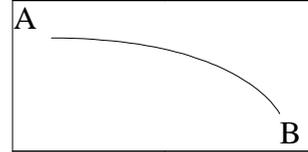


Abb.5



Berechnen Sie

- wie lange der Rutsch-Vorgang bei Abb.1, Abb.3 und Abb.5 dauert (reibungsfrei, keine Beeinträchtigung der Geschwindigkeit bei der Umlenkung in den Ecken)
- welche Geschwindigkeit der Rutsch-Körper in jedem dieser Fälle hat, wenn er bei B ankommt.

Lösung:

zu a): Abb.3:

Hier findet zunächst freier Fall statt und dann eine geradlinig gleichförmige Bewegung über 6m.

Formeln für freien Fall:  $s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 ; v = g \cdot t$

Mit  $s=2\text{m}$  folgt  $t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{4}{10}} \text{ s} = \sqrt{\frac{2}{5}} \text{ s}$  und  $v = 10 \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \sqrt{40} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Für die waagrechte Strecke gilt  $s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{6}{\sqrt{40}} s$

Die gesamte Zeit beträgt also  $\left( \sqrt{\frac{2}{5}} + \frac{6}{\sqrt{40}} \right) s \approx 1,58 s$ .

zu a): Abb.5:

Ohne fremde Krafteinwirkung bleibt der Körper einfach liegen, die Fall-Zeit ist also unendlich lang.

zu a): Abb.1:

Es gilt:  $\sin \alpha = \frac{F_H}{F_G} = \frac{m \cdot a_H}{m \cdot g} = \frac{a_H}{g}$ , wobei  $a_H$  die

Beschleunigung auf der schiefen Ebene ist.

$\alpha$  ergibt sich aus  $\tan \alpha = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  zu

$$\alpha \approx 18,4^\circ$$

Weiter gilt  $\sin \alpha = \frac{h}{s} = \frac{a_H}{g} \Rightarrow$

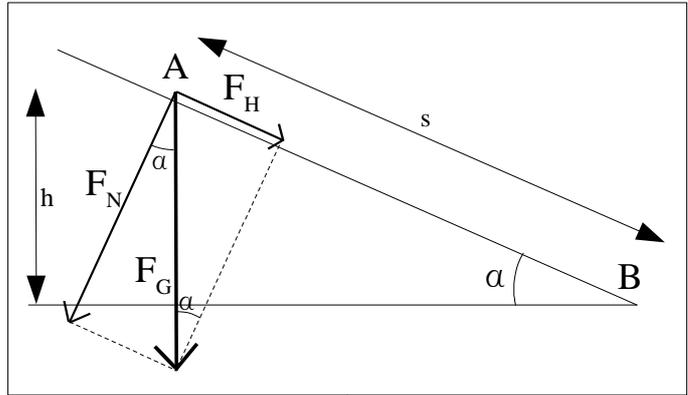
$$s = \frac{h \cdot g}{a_H} = \frac{1}{2} \cdot a_H \cdot t^2 \text{ wegen der}$$

Bewegungsgleichung.

Daraus folgt:

$$t^2 = \frac{2 \cdot h \cdot g}{a_H^2} = \frac{2hg}{g^2 \cdot \sin^2 \alpha} = \frac{2h}{g \cdot \sin^2 \alpha} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{2h}}{\sqrt{g \cdot \sin \alpha}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 2}}{\sqrt{10 \cdot \sin \alpha}} s = \frac{2}{\sqrt{10 \cdot 0,316}} s = 2 s$$

Auf der schrägen Ebene beträgt die Rutschzeit also 2 Sekunden.



zu b): Da für alle Fälle gilt: Potenzielle Energie bei A ist gleich der kinetischen Energie bei B, also

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_u^2 \Rightarrow v_u^2 = 2gh \Rightarrow v_u = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 2} \frac{m}{s} = \sqrt{40} \frac{m}{s} \approx 6,3 \frac{m}{s}$$

ist die Geschwindigkeit in allen Fällen bei B gleich groß und beträgt etwa 6,3 m/s. Nur die Ankunftszeiten bei B sind für die verschiedenen Fälle unterschiedlich.

## Formeln:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 \quad \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot u_2^2$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad W = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 \quad W = m \cdot g \cdot h \quad P = \frac{W}{t} \quad p = m \cdot v$$

$$s = v \cdot t \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad v = a \cdot t \quad F_z = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad a_z = \frac{v^2}{r}$$

$$F = m \cdot a \quad F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad F = D \cdot s \quad g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \quad \cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben !