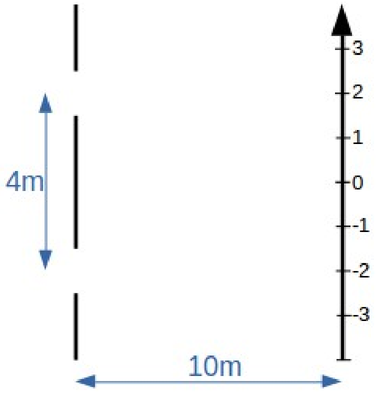
2015-12-18 Klausur 2 Kurs 12PH2 Physik

Lösung

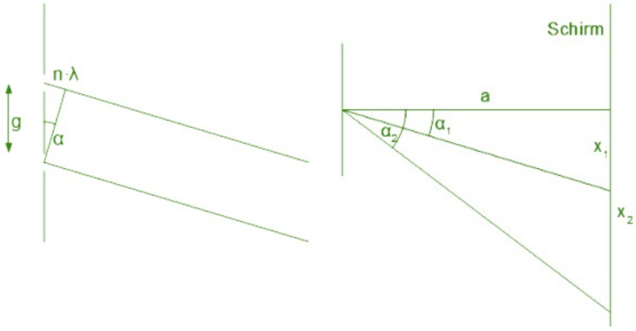
1 In einem Hafenbecken befindet sich 10 m von der Kaimauer (Zahlenstrahl rechts) entfernt eine Begrenzungsmauer (linke unterbrochene Linie), die zwei schmale Durchfahrtsöffnungen im Abstand von 4 m besitzt. Vom Meer kommend treffen Wasserwellen der Wellenlänge λ=1 m und der Geschwindigkeit c=1,3 m/s senkrecht auf die Begrenzungsmauer (also von links nach rechts). An der Kaimauer registriert man Maxima und Minima bei den Änderungen des Wasserstandes.



1.1 Berechnen Sie, an welchen Stellen der Kaimauer im hier abgebildeten Bereich Maxima in den Wasserhöhen auftauchen.

Aus nebenstehenden Skizzen entnimmt man die Beziehungen

$$\sin\alpha=\frac{n\cdot\lambda}{g} \rightarrow \alpha=\arcsin\frac{n\cdot\lambda}{g} \quad ; \quad \tan\alpha=\frac{x}{a}$$



Mit a=10m und g=4m folgt

$$x_n=a\cdot\tan\alpha=a\cdot\tan\left(\arcsin\frac{n\cdot\lambda}{g}\right)=10\,m\cdot\tan\left(\arcsin\frac{n}{4}\right)$$

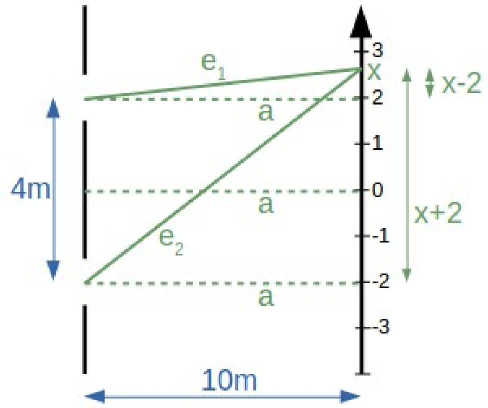
Daraus folgt

$$x_0=0 \quad ; \quad x_1=2{,}58\,m \quad ; \quad x_2=5{,}77\,m \quad ; \quad x_3=11{,}34\,m$$

Im vorgegeben Bereich befinden sich nur die x-Werte x_0 und x_1. Mit dem symmetrischen x-Wert x_{-1} gibt es also 3 Stellen bei -2,58m, 0m und +2,58m.

Die oben angegebene Lösung ist möglicherweise nur eine sehr ungenaue Näherungslösung, da mit parallelen Strahlen argumentiert wurde und der Abstand der Öffnungen gegenüber der Entfernung der Kaimauer nicht vernachlässigt werden kann.

Genaue Rechnung (Rechnung ohne Einheiten, Längen in m, siehe dazu nebenstehende Skizze):



$$e_2=e_1+\lambda$$
$$e_1^2=a^2+(x-2)^2=a^2+x^2-4x+4=10^2+x^2-4x+4=104+x^2-4x$$
$$e_2^2=a^2+(x+2)^2=a^2+x^2+4x+4=10^2+x^2+4x+4=104+x^2+4x$$

Subtraktion: $e_2^2-e_1^2=8x$

Einsetzen: $(e_1+\lambda)^2-e_1^2=8x \rightarrow e_1^2+2\cdot e_1\cdot\lambda+\lambda^2-e_1^2 \overset{\lambda=1}{=} 2e_1+1=8x \rightarrow e_1=4x-\frac{1}{2}$

Einsetzen: $e_1^2=\left(4x-\frac{1}{2}\right)^2=16x^2-4x+\frac{1}{4}=104+x^2-4x \rightarrow 15x^2=103{,}75 \rightarrow x^2=\frac{103{,}75}{15} \rightarrow$

$$x=\pm\sqrt{\frac{103{,}75}{15}}\approx\pm 2{,}63$$

Das genaue Ergebnis weicht um knapp 2% (5cm) vom oben berechneten Ergebnis ab. Beschränkt man sich auf 1 Nachkommastelle, so ergibt sich derselbe Wert 2,6m.

1.2 Berechnen Sie, wie viele Maxima insgesamt an der sehr langen Kaimauer (-100 bis +100) auftreten können.

Mit den symmetrischen Stellen ergeben sich aus 1.1 sieben Maxima.

Anderer Ansatz zur Lösung: Das Argument des arcsin muss zwischen -1 und 1 liegen.

Daraus folgt: $\frac{n}{4}<1$ → $n<4$ *. n kann also Werte von -3 bis +3 annehmen, also sieben verschiedene Werte.*

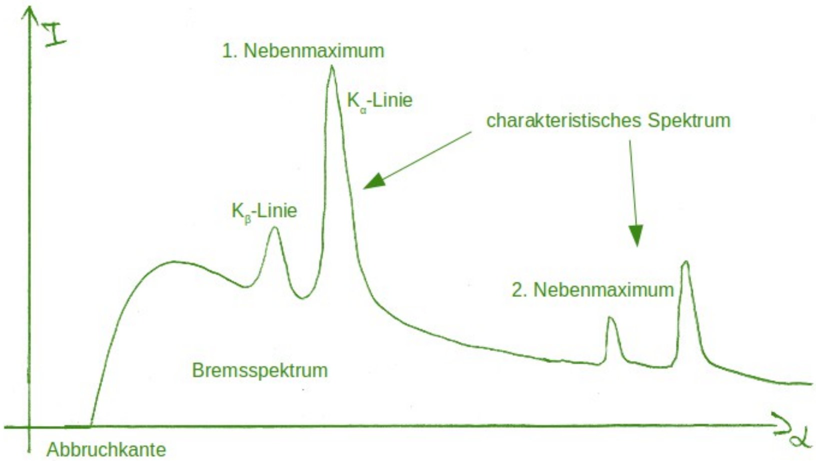
1.3 Die thematisierten Maxima und Minima haben bei Wasserwellen eine andere Bedeutung als bei den Welleneigenschaften quantenmechanischer Objekte. Beschreiben Sie die unterschiedliche Bedeutung.

Bei Wasserwellen kennzeichnen die Maxima Stellen größter Auslenkung der schwingenden Wasserteilchen. Bei quantenmechanischen Objekten geben die Maxima die Stellen an, an denen die Objekte mit größter Wahrscheinlichkeit anzutreffen sind.

---

2 Zur Erstellung eines Röntgenspektrums wird bei der Beschleunigungsspannung $U_B = 30000\,V$ ein Kristall mit dem Gitterebenenabstand $a = 0{,}564\,nm$ benutzt.

2.1 Zeichnen Sie ein Röntgenspektrum, das alle typischen Erscheinungen enthält, benennen Sie diese Erscheinungen und beschreiben Sie, wie diese Erscheinungen entstehen. Bezeichnen Sie auch jeden einzelnen Peak genau.



Das Bremsspektrum entsteht durch das Abbremsen der Elektronen im Anodenmaterial. Gibt ein Elektron seine gesamte Energie auf einmal ab, entsteht ein Röntgenquant, das an der Abbruchkante registriert wird. Dort sind die kurzwelligsten Röntgenstrahlen, also die Strahlen mit der höchsten Energie. Bei geringerer Energieabgabe werden die Röntgenstrahlen bei größeren Winkelwerten registriert.
Das charakteristische Spektrum entsteht durch Elektronen, die aus dem Anodenmaterial ein Elektron der K-Schale herausschlagen. Werden diese Fehlstellen durch ein Elektronen der L-Schale aufgefüllt, entsteht die K_α-Linie. Bei Füllung durch ein Elektron der M-Schale entsteht die K_β-Linie. Auf Grund der höheren Energie liegt die K_β-Linie bei kleineren Winkelwerten als die K_α-Linie. Da aber der Übergang aus der L-Schale wahrscheinlicher ist als ein Übergang aus der M-Schale, ist der Peak der K_α-Linie höher.
Zu größeren Winkel hin wiederholen sich die Erscheinungen in den Nebenmaxima höherer Ordnung.

2.2 Berechnen Sie mit Hilfe der Bragg-Formel $\lambda = 2 \cdot a \cdot \sin\alpha$ den kleinsten Winkel α, der zu dem Spektrum gehört.

Mit $U_B = 30000\,V$ *und* $a = 0{,}564\,nm$ *folgt* $W_e = W_{Photon} \rightarrow e \cdot U_B = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{e \cdot U_B} \rightarrow$

$$2 \cdot a \cdot \sin\alpha = \frac{h \cdot c}{e \cdot U_B} \rightarrow \sin\alpha = \frac{h \cdot c}{2 \cdot a \cdot e \cdot U_B} \rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{h \cdot c}{2 \cdot a \cdot e \cdot U_B}\right) = \arcsin\left(\frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{2 \cdot 0{,}564 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 30000\,V}\right)$$

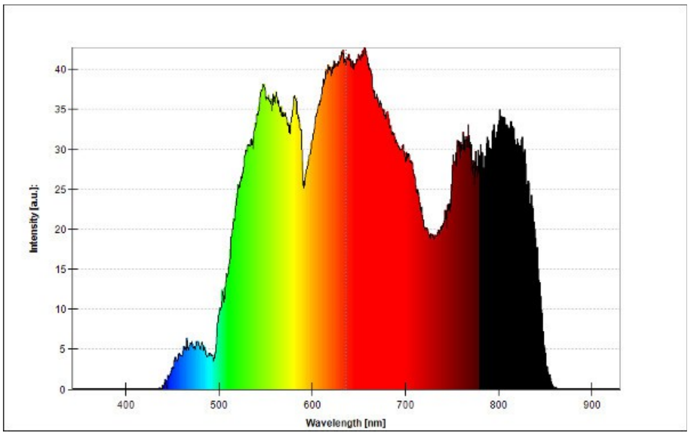
$$\rightarrow \alpha = \arcsin(0{,}036) = 2{,}1\,°$$

2.3 Beim Versuch zur Elektronenbeugung haben wir ein Pulver aus Kristallen zur Bragg-Reflexion benutzt, bei dem die einzelnen Kristalle kreuz und quer durcheinander lagen. Zum Aufnehmen eines Röntgenspektrums benötigt man dagegen einen einzelnen sorgfältig bearbeiteten Kristall. Begründen Sie die Notwendigkeit zur Benutzung eines einzelnen Kristalls.

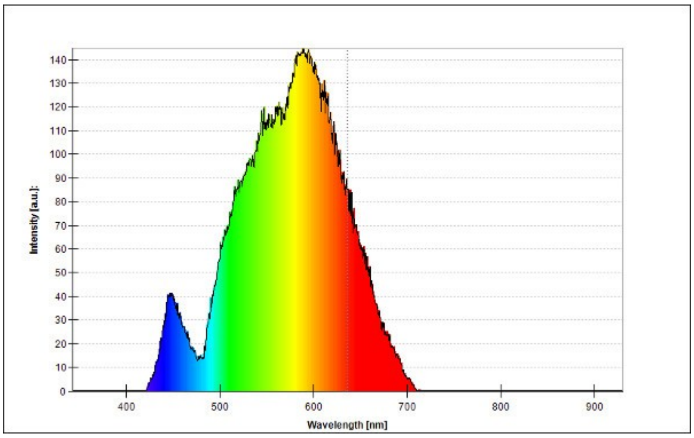
Bei der Elektronenbeugung werden Elektronen derselben Energie benutzt, weil sie durch eine konstante Spannung aus der Ruhe heraus beschleunigt werden und damit auch alle dieselbe Geschwindigkeit besitzen. Die Nebenmaxima bei der Bragg-Reflexion bestehen also bei den Glanzwinkeln aus nur einer einzigen Linie pro Gitterebenenabstand.

Röntgenstrahlen sind aber nicht monochromatisch, sondern decken einen weiten Spektralbereich ab. Würde man ein unregelmäßig verteiltes Kristallpulver benutzen, würden die verschiedenen Teile der Spektren interferieren und eine Information über die Intensität bei einer bestimmten Wellenlänge des Röntgenlichts würde nicht zu erkennen sein.

3 Gegeben sind das Spektrum einer Glühlampe und einer LED-Lampe



Glühlampe



LED

3.1 Beschreiben Sie Unterschiede bei der Erzeugung von Licht bei einer Glühlampe und bei einer LED-Lampe.

Ein heißer Körper strahlt Wärmestrahlung (Infrarot-Licht) aus. Je höher die Temperatur wird, desto mehr verlagert sich das Maximum des Strahlungsspektrums über rotes hin zu blauem Licht. Eine Glühlampe sendet also immer auch Wärmestrahlung aus.

Bei einer LED wird als Umkehrung des lichtelektrischen Effekts Licht ausgesendet, wenn beschleunigte Elektronen auf die Grenzschicht zwischen zwei verschiedenen Halbleitermaterialien treffen. Das Licht ist monochromatisch und wird in weißes Licht umgewandelt, indem Leuchtstoffe auf dem Glaskörper der LED angebracht werden, die das auftreffende Licht in andersfarbiges Licht umwandeln.

3.2 Bei der LED-Lampe sind sehr deutlich voneinander abgesetzte Peaks im blauen und im rötlichen Bereich zu sehen. Begründen Sie das Zustandekommen dieser speziellen Form des Spektrums.

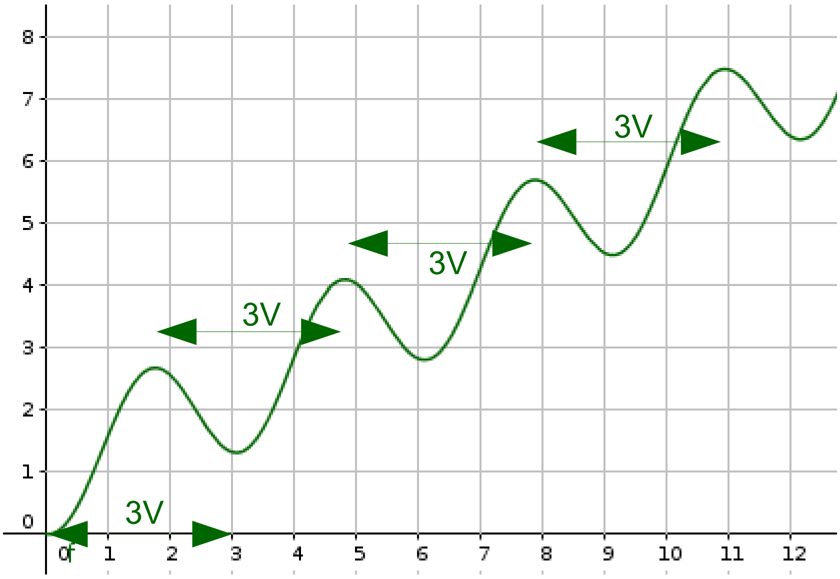
Da nur energiereicheres Licht in energieärmeres Licht umgewandelt werden kann, wird bei der untersuchten LED primär energiereiches blaues Licht erzeugt und dieses dann durch die Leuchtstoffe in energieärmeres Licht im roten bis grünen Bereich mit einem Maximum im gelben Bereich umgewandelt. Vom ursprünglich blauen Licht gelangt nur ein kleiner Teil durch die Leuchtschicht. Ohne die Leuchtschicht wäre der blaue Peak wesentlich höher.

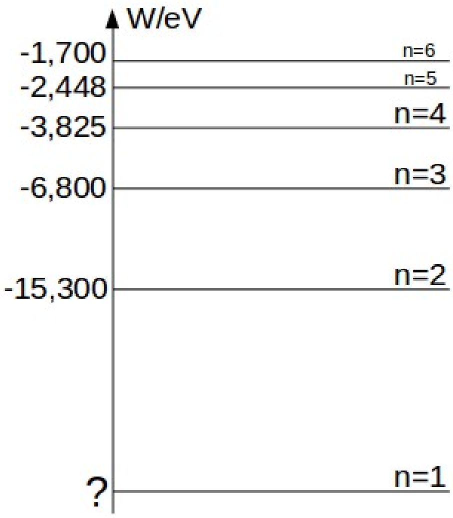
3.3 Beide Lampen leuchten ununterbrochen 4 Stunden lang und liefern etwa die gleiche Helligkeit. Unmittelbar nach dem Abschalten berührt eine unvorsichtige Person die Glaskolben der beiden Lampen. Geben Sie mit Begründung (Bezug zu den Spektren) an, welche Erfahrungen die Person beim Berühren der beiden Lampen macht.

Der schwarze Bereich im linken Spektrum gibt die Intensitäten im Infrarot- bzw. Wärmestrahlungs-bereich an. Im LED-Spektrum fehlt dieser Bereich vollständig (die Intensitäten sind jedenfalls so gering, dass sie im benutzten Maßstab nicht dargestellt werden können).

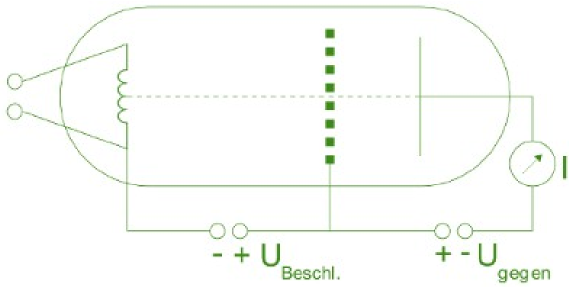
Die Glühlampe ist daher sehr heiß, so dass Verbrennungsgefahr droht. Die LED dagegen lässt sich gefahrlos anfassen. Sie hat sich zwar auch erwärmt, aber nur sehr viel weniger als die Glühlampe.

4 Rechts unten ist das Energieniveauschema für das (fiktive) Element Mayhillium abgebildet (nicht maßstabsgerecht!).
Mit den Gasatomen dieses Elements wird ein Versuch analog zum Franck-Hertz-Versuch durchgeführt.
Man erhält die folgende Messkurve (Auffängerstrom I in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung in V).





4.1 Erklären Sie, wie die Messkurve zustande kommt.



Beim Franck-Hertz-Versuch werden Elektronen in einer mit einem Gas gefüllten Röhre bis zu einem Gitter beschleunigt. Hinter dem Gitter treffen sie nach Durchfliegen eines Bereichs mit Gegenspannung auf eine Elektrode und werden als Strom registriert.

Treffen die Elektronen vor dem Gitter auf ein Gasatom, können sie dieses - sofern genügend Energie vorhanden ist - durch inelastische Streuung anregen. Das Elektron verliert dabei Energie und kommt wegen der Gegenspannung nicht mehr an der Auffänger-Elektrode an. In der Messkurve macht sich das als Abfallen der Kurve bemerkbar. Nimmt das Elektron nach dem Anregungsprozess wieder so viel Energie auf, dass es ein zweites Mal ein Atom anregen kann, wiederholt sich der oben beschriebene Vorgang. Die Messkurve fällt also wieder ab. Die Differenz der Spannungswerte zwischen zwei benachbarten Peaks gibt in der Einheit eV die Energie an, die zur Anregung benötigt wird.

Gegenüber einer evakuierten Röhre steigt die Messkurve nicht so stark an, weil durch elastische Streuung (Elektronen übertragen etwas Energie durch Stöße auf das Atom, ohne eine Anregung durchzuführen) Energie verloren geht und die Gegenspannung möglicherweise nicht mehr überwunden werden kann.

4.2 Geben Sie mit Begründung den Übergang im Energieniveauschema an, der zu den Eigenschaften der Messkurve passt.

Aus der Messkurve liest man ab, dass die Anregungsenergie etwa $\Delta W = 3 eV$ beträgt. Der einzige Übergang, der im Energieniveauschema zu diesem Wert passt, ist der Übergang zwischen den Energieniveaus 3 und 4 ($-3{,}825\,eV - (-6{,}800\,eV) = 2{,}975\,eV$).

4.3 Bestimmen Sie die Wellenlänge des Lichts, das zu dem unter 4.2 angegebenen Übergang gehört. Falls Sie 4.2 nicht lösen können, führen Sie die Berechnung für einen anderen Übergang aus, den Sie bei der Bearbeitung dieser Aufgabe sonst nicht benötigen.

$$W=h\cdot f \overset{c=f\cdot\lambda}{=} \frac{h\cdot c}{\lambda} \rightarrow \lambda=\frac{h\cdot c}{W}=\frac{6{,}6\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{2{,}975\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}m=4{,}16\cdot 10^{-7}m=416\cdot 10^{-9}m=416\,nm$$

4.4 Beim Übergang zwischen den beiden unteren Energieniveaus wird Licht mit der Wellenlänge $\lambda=27\,nm$ ausgestrahlt. Berechnen Sie die Bindungsenergie für das untere Energieniveau.

Berechnung der Energie für den Übergang mit Hilfe der Wellenlänge (Formel siehe 4.3):

$$\Delta W=\frac{h\cdot c}{\lambda}=\frac{6{,}6\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{27\cdot 10^{-9}}J=\frac{6{,}6\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{27\cdot 10^{-9}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}eV=45{,}8\,eV$$

Dieser Wert gibt die Differenz zwischen den Energieniveaus 1 und 2 an. Mit dem bekannten Wert für die Energie bei n=2 ergibt sich:

$$W_1=W_2-\Delta W=-15{,}3\,eV-45{,}8\,eV=-61{,}1\,eV$$

4.5 Untersuchen Sie, ob es bei den Übergängen sichtbares Licht (λ zwischen 400nm und 800nm) gibt.
Wenn ja, geben Sie alle entsprechenden Übergänge an.

Berechnung der Energien in eV für die Grenzwellenlängen:

$$\lambda=400\,nm \rightarrow W=\frac{h\cdot c}{\lambda}=\frac{6{,}6\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{400\cdot 10^{-9}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}eV=3{,}09\,eV$$

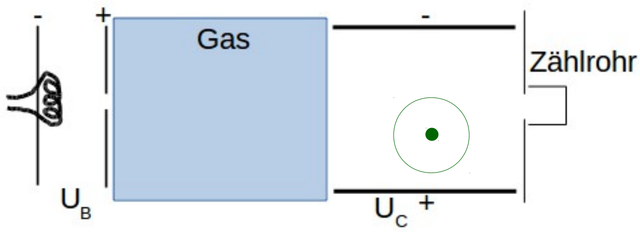
$$\lambda=800\,nm \rightarrow W=\frac{h\cdot c}{\lambda}=\frac{6{,}6\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{800\cdot 10^{-9}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}eV=1{,}55\,eV$$

Die unter 4.2 berechnete Energiedifferenz $\Delta W=2{,}975\,eV$ liegt in diesem Energiebereich, so dass es wenigstens eine sichtbare Spektrallinie gibt.

Durch Differenzbildung (siehe Tabelle unten) der gegebenen Energiewerte findet man neben dem erwähnten Übergang vom 4. zum 3. Niveau ($-3{,}825\,eV-(-6{,}800\,eV)=2{,}975\,eV$) noch den Übergang vom 6. zum 4. Niveau ($-1{,}700\,eV-(-3{,}825\,eV)=2{,}125\,eV$), bei dem auch sichtbares Licht ausgestrahlt wird.

Energieniveau	W/eV	Energiedifferenz beim Übergang in das Energieniveau				
		1	2	3	4	5
6	1,7	59,4	13,6	5,1	2,13	0,75
5	2,45	58,65	12,85	4,35	1,38	
4	3,83	57,28	11,48	2,98		
3	6,8	54,3	8,5			
2	15,3	45,8				
1	61,1					

5 Elektronen werden frei gesetzt und mit der Spannung U_B beschleunigt. Danach durchfliegen sie einen mit Gas gefüllten Bereich und anschließend ein Kondensatorfeld (Spannung U_C, Plattenabstand d). Ganz rechts im Zählrohr werden die Elektronen registriert. Damit die Elektronen das Kondensatorfeld geradlinig durchsetzen können, wird ein Magnetfeld B so angelegt, dass die Feldlinien (in der Skizze) in das Papier hinein oder aus dem Papier heraus verlaufen.



$U_B=100\,V$; $B=1\,mT$; $d=0{,}1\,m$

5.1 Zeichnen Sie die Richtung des Magnetfeldes ein ($\otimes$ oder $\odot$).

5.2 Berechnen Sie die Geschwindigkeit der Elektronen, die diese beim Eintritt in den mit Gas gefüllten Raum besitzen.

Bei der Freisetzung der Elektronen aus dem Draht haben diese die potentielle Energie W_e, die nach der Beschleunigungsphase in die kinetische Energie W_{kin} umgewandelt ist. Es gilt also:

$$W_e=W_{kin} \rightarrow e\cdot U_B=\frac{1}{2}\cdot m_e\cdot v^2 \rightarrow v^2=\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m_e} \rightarrow v=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m_e}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 100}{9{,}1\cdot 10^{-31}}}\frac{m}{s}=5{,}93\cdot 10^6\frac{m}{s}$$

5.3 Zeigen Sie, dass nur Elektronen mit der Geschwindigkeit $v=\frac{U_C}{d\cdot B}$ den Kondensator geradlinig durchfliegen können.

Im Kondensatorfeld werden die Elektronen durch die Spannung U_C nach unten mit der Kraft F_E abgelenkt. Damit sie geradeaus fliegen, muss eine betragsmäßig gleich große magnetische Kraft F_L nach oben vorhanden sein. Es gilt also:

$$F_E=F_L \rightarrow Q\cdot E=Q\cdot v\cdot B \rightarrow E=v\cdot B \rightarrow v=\frac{E}{B}\overset{E=\frac{U_C}{d}}{=}\frac{U_C}{d\cdot B}$$

Variiert man die Spannung U_C, so ergeben sich deutliche Signale bei folgenden Spannungen:

Nummer	0	1	2	3	4
Spannung U_C in V	593	530	460	375	265

5.4 Erläutern Sie, warum Signale bei verschiedenen Spannungen U_C gemessen werden können.

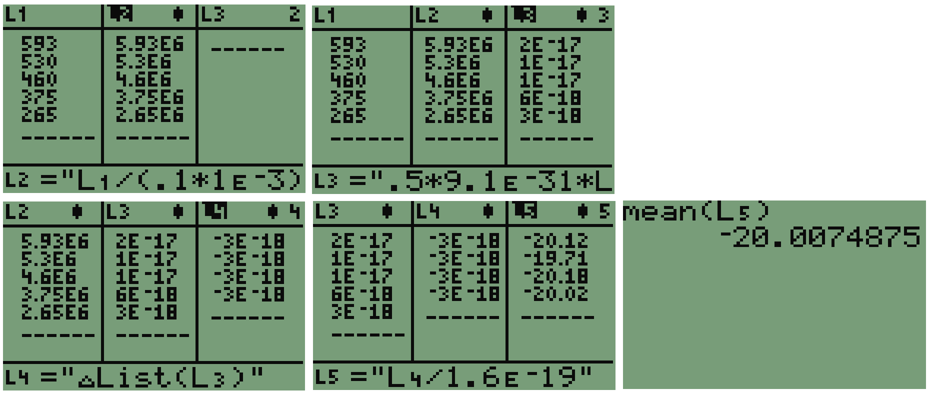
Im Gas können die Elektronen bei ausreichender Energie die Atome in einen angeregten Zustand versetzen. Sie verlieren dabei die Anregungsenergie und werden deshalb langsamer. Konnten sie ohne Anregung den Kondensator geradlinig durchqueren, so werden sie jetzt mit anderer Geschwindigkeit abgelenkt und treffen nicht mehr im Zählgerät ein. Ändert man aber die Spannung U_C, so kann der Bruch $\frac{U_C}{d\cdot B}$ einen Wert annehmen, der der neuen Geschwindigkeit des Elektrons entspricht. Das Elektron würde dann also wieder registriert werden. Für mehrfache Anregung bei einem Elektron müssen zur Registrierung entsprechend andere Spannungen eingestellt werden. Aus der Formel ergibt sich $v \sim U_C$.

5.5 Berechnen Sie mit Hilfe <u>aller</u> Messwerte die Energie in der Einheit eV, die benötigt wird, um ein Atom des Gases in einen angeregten Zustand zu versetzen.

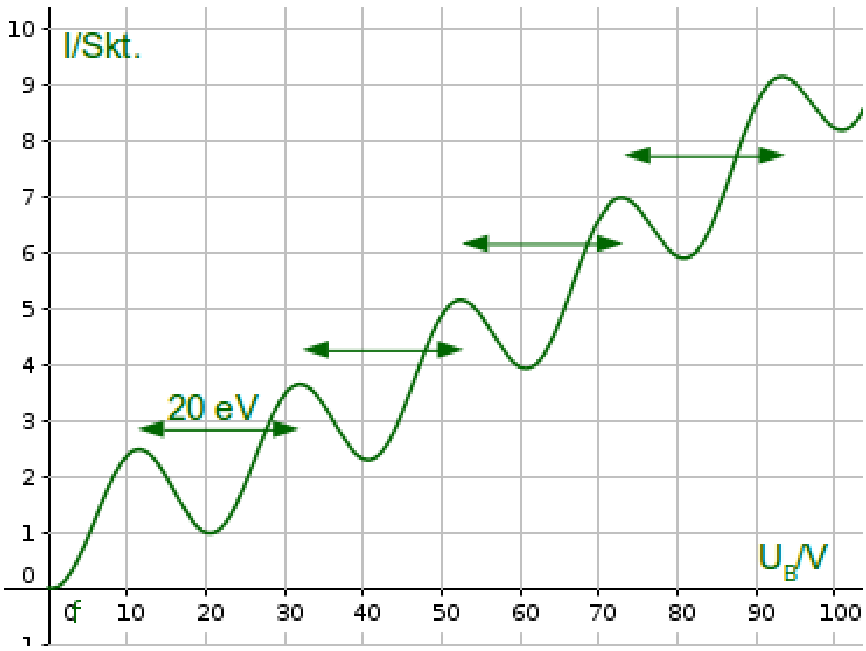
Planung: Zunächst wird mit den Werten für d und B sowie den Messwerten für U_{Cn} die jeweilige Geschwindigkeit v_n bestimmt. Mit den v_n-Werten berechnet man dann die Werte W_n für die entsprechenden kinetischen Energien. Die Differenz der Energiewerte für benachbartes n ergibt dann die Energie ΔW für einen Anregungsvorgang.

Lösung mit dem Taschenrechner:
L1: Spannungswerte U_C
L2=L1/d/B *Formel für die Geschwindigkeit v*
*L3= 0.5*m*L2^2* *Formel für die Energie*
L4=ΔList(L3) *Differenzen der Energiewerte*
L5=L4/e *Energiewerte in eV*

Als Energiedifferenz und damit Anregungsenergie ergibt sich im Mittel der Wert $\Delta W = 20{,}0\,eV$.



5.6 Zeichnen Sie ein mögliches Diagramm (Stromstärke I in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung U_B), das man erhalten würde, wenn man mit dem Gas dieses Versuches den Franck-Hertz-Versuch durchführen würde. Der Bezug zu den gefundenen Ergebnissen sollte so genau wie möglich dargestellt werden. Wenn Sie 5.5 nicht lösen können, rechnen Sie mit dem (falschen) Ergebnis $\Delta W = 15\,eV$.



Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!