



Lösung

Rechnung immer ohne Luftwiderstand und Reibung. Benutze den Wert $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

$$E_{Pot} = m \cdot g \cdot h \quad ; \quad E_{Kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad | \quad s = v \cdot t \quad | \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad ; \quad v = a \cdot t \quad | \quad F = m \cdot a$$

- 1 Es soll gezeigt werden, wie stark ein Fahrrad beschädigt wird, wenn es mit $18 \frac{km}{h}$ auf einem harten Gegenstand auftrifft.
Dazu lässt man es aus einer bestimmten Höhe auf eine Betonplatte fallen.

- 1.1 Zeige durch ausführliches Umformen der Einheiten, dass die Geschwindigkeit $v = 5 \frac{m}{s}$ beträgt.

$$18 \frac{km}{h} = 18 \cdot \frac{1000m}{3600s} = 18 \cdot \frac{1}{3,6} \frac{m}{s} = 5 \frac{m}{s}$$

- 1.2 Berechne die Höhe, aus der man das Fahrrad fallen lassen muss.

$$\text{Energiebetrachtung: } E_{Pot} = E_{Kin} \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{25 \frac{m^2}{s^2}}{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2}} = \frac{25}{20} m = 1,25 m$$

- 2 Ein Tennisspieler schlägt einen Ball senkrecht nach oben. Er erreicht dieselbe Höhe $h = 63 m$ wie die Höhe des Diepholzer Sendeturms. Berechne die Abschlagsgeschwindigkeit v für den Fall, dass der Abschlag aus $1,75 m$ Höhe erfolgt.

*Lösung mit Energien: Die zu überbrückende Höhe beträgt $63 m - 1,75 m = 61,25 m = y$.
Die kinetische Energie wird in potentielle Energie umgeformt.*

$$E_{Kin} = E_{Pot} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 61,25 m} = \sqrt{1225} \frac{m}{s} = 35 \frac{m}{s}$$

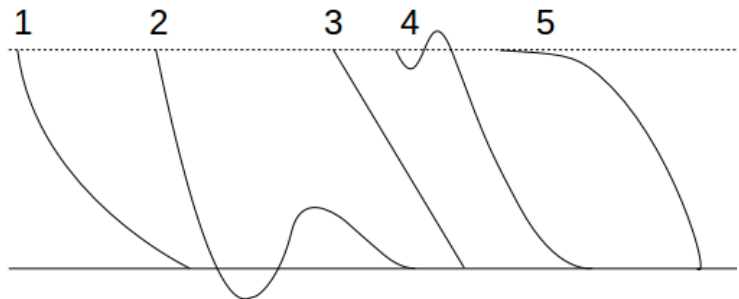
- 3 Bei einem Wettbewerb beschleunigen Teilnehmer ein Auto der Masse $m=1200\text{ kg}$ mit konstanter Muskelkraft auf der Strecke $s=50\text{ m}$ auf die Geschwindigkeit $v=20\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Berechne die Kraft F , mit der die Teilnehmer das Auto geschoben haben.

$$F=m \cdot a ; s=\frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; v=a \cdot t \rightarrow t=\frac{v}{a} \rightarrow s=\frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{v^2}{a^2}=\frac{v^2}{2 \cdot a} \rightarrow a=\frac{v^2}{2 \cdot s}=\frac{400\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 50\text{ m}}=4\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow$$

$$F=m \cdot a=1200\text{ kg} \cdot 4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}=4800\text{ N}$$

- 4 Auf den angedeuteten Bahnen sollen Kugeln von oben nach unten rollen.

- 4.1 Gib mit Begründung an, welche Kugel als erste unten ankommt und welche zuletzt oder gar nicht ankommt.



1 kommt zuerst an, weil zuerst am stärksten beschleunigt wird und der Weg sehr kurz ist. 5 kommt zuletzt an, weil es lange dauert, bis die Kugel zu höherer Geschwindigkeit gelangt. 4 kommt gar nicht an, weil die Kugel nicht über die Ausgangshöhe gelangen kann.

- 4.2 Vergleiche die Geschwindigkeiten der Kugeln, die sie besitzen, wenn sie unten ankommen. Berücksichtige alle Kugeln!

Alle Kugeln bis auf 4 kommen mit gleicher Geschwindigkeit unten an, weil die gleiche potentielle Energie oben bei gleicher Höhe in gleiche kinetische Energie $E_{kin}=\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ unten umgewandelt wird und damit die Geschwindigkeiten v gleich sind.

- 5 Bei einem Vulkan werden Steine mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0=100\frac{\text{m}}{\text{s}}$ senkrecht nach oben geschleudert. Berechne die maximale Höhe des ausgestoßenen Materials und die Zeit, die das Material in der Luft verbringt, bis es wieder am Krater ankommt.

Senkrechter Wurf, oben ist die Geschwindigkeit $v=0$: $y=v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$; $v=v_0 - g \cdot t \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow v_0 = g \cdot t$

$$\rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{100\frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10\text{ s} \rightarrow y = 100\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10\text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100\text{ s}^2 = 1000\text{ m} - 500\text{ m} = 500\text{ m}$$

Die maximal erreichbare Höhe beträgt 500 m und der Flug nach oben und unten dauert $2 \cdot t = 2 \cdot 10\text{ s} = 20\text{ s}$.

Man kann die Flugzeit auch mit der Bedingung $y=0$ berechnen:

$$0 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \rightarrow v_0 \cdot t = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \rightarrow v_0 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t \rightarrow t = \frac{2 \cdot v_0}{g} = \frac{2 \cdot 100\frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 20\text{ s}$$

- 6 Von einem 15 m hohen Haus soll ein Ball waagrecht abgeworfen werden, so dass er nicht auf der 2 m hohen und 4 m langen Garage landet.

- 6.1 Gib eine Geschwindigkeit v größer als $1 \frac{m}{s}$ an, so dass der Ball vor der Garage landet und bestätige das Ergebnis durch Rechnung.

Waagrechter Wurf: $x = v_0 \cdot t$; $y = 15 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

Versuch mit $v = 2 \frac{m}{s}$: $x = v_0 \cdot t \rightarrow t = \frac{x}{v_0} \rightarrow$

$$y = 15m - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2} \stackrel{y=0}{\rightarrow} 15m = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2} \rightarrow x^2 = \frac{30m \cdot v_0^2}{g} = \frac{30m \cdot 4 \frac{m^2}{s^2}}{10 \frac{m}{s^2}} = 12m^2 \rightarrow x = \sqrt{12m^2} \approx 3,5m$$

Mit $v = 2 \frac{m}{s}$ landet man also mit 3,5 m Weite noch sicher vor der Garage.

- 6.2 Berechne die Geschwindigkeit, die der Ball mindestens haben muss, damit er hinter der Garage landet und bestätige das Ergebnis durch Rechnung.

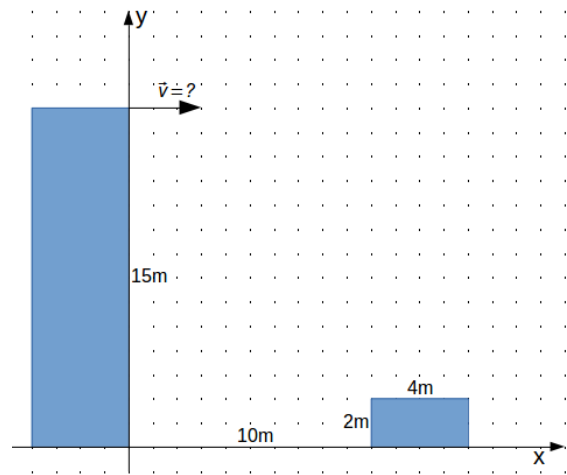
Die Flugbahn, die die obere rechte Ecke (14m/2m) der Garage berührt, bildet die Grenzlinie, über der der Ball fliegen muss. Die Mindest-Geschwindigkeit muss also größer sein als die Geschwindigkeit für diese Flugbahn.

Waagrechter Wurf mit der Bedingung "Punkt (14m/2m) muss die Gleichungen erfüllen".

$$x = v_0 \cdot t \rightarrow t = \frac{x}{v_0}; y = 15m - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 15m - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2} \stackrel{x=14m; y=2m}{=} 2m = 15m - \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{196m^2}{v_0^2} \rightarrow$$

$$\frac{980 \frac{m^3}{s^2}}{v_0^2} = 13m \rightarrow v_0^2 = \frac{980 \frac{m^3}{s^2}}{13m} = 75,385 \frac{m^2}{s^2} \rightarrow v_0 = \sqrt{75,385} \frac{m}{s} = 8,68 \frac{m}{s}$$

Die Anfangsgeschwindigkeit muss also größer als $v_0 = 8,68 \frac{m}{s}$ sein, damit die Garage nicht getroffen wird und der Ball hinter der Garage landet.



Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!