



Lösung

1 Plexiglas hat einen Brechungsindex von $n_{\text{Plexiglas}} = 1,49$. Bei Wasser beträgt der Wert $n_{\text{Wasser}} = 1,33$.

- a) Aus einem Plexiglasstück kommend fällt Licht auf die Grenzschicht zum Außenbereich (Vakuum). Ab einem bestimmten Winkel (also bei größeren Winkeln) zwischen Einfallslot und Lichtstrahl tritt kein Licht mehr nach außen aus. Berechnen Sie diesen Grenz-Winkel.

Nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz gilt $\frac{\sin \alpha_{\text{Luft}}}{\sin \beta_{\text{Plexiglas}}} = n_{\text{Plexiglas}}$. Mit $\alpha_{\text{Luft}} = 90^\circ$ ergibt sich:

$$\sin \beta_{\text{Plexiglas}} = \frac{\sin \alpha_{\text{Luft}}}{n_{\text{Plexiglas}}} = \frac{\sin 90^\circ}{1,49} = \frac{1}{1,49} = 0,671 \rightarrow \beta_{\text{Plexiglas}} = \arcsin 0,671 = 42,2^\circ.$$

Der Grenzwinkel hat also den Wert $42,2^\circ$.

Alles Licht, das unter einem größeren Winkel einfällt, wird total reflektiert.

- b) Ein Plexiglasstück liegt im Wasser. Ein Lichtstrahl trifft aus dem Plexiglas kommend schräg auf die Grenzfläche zum Wasser. Geben Sie mit Begründung an, ob das Licht zum Einfallslot hin oder weg gebrochen wird.

Je optisch dichter ein Stoff ist, desto größer ist sein Brechungsindex.

Fällt Licht vom optisch dünneren ins optisch dichtere Medium, so wird es zum Einfallslot hin gebrochen, beim Übertritt vom optisch dichteren ins optisch dünnere Medium wird es vom Einfallslot weg gebrochen.

Plexiglas ist entsprechend den gegebenen Werten optisch dichter als Wasser. Das Licht wird deshalb beim Übergang vom Plexiglas ins Wasser vom Einfallslot weg gebrochen.

2 Ein dünnes Lichtbündel, das aus rotem ($\lambda_{\text{rot}} = 632,8 \text{ nm}$) und grünem ($\lambda_{\text{grün}} = 532,0 \text{ nm}$) Laserlicht besteht, fällt auf ein Gitter ($g = \frac{1}{500} \text{ mm}$) und wird dort gebeugt.

- a) Ab einem bestimmten n liegt das n -te Nebenmaximum des roten Lichts weiter vom Hauptmaximum entfernt als das $(n+1)$ -te Nebenmaximum des grünen Lichts. Berechnen Sie den Wert für n .

Bei Beugung am Gitter gelten für die Orte der Maxima folgende Formeln: $\sin \alpha_n = \frac{n \cdot \lambda}{g}$ und

$$\tan \alpha_n = \frac{x_n}{a}.$$

Es soll gelten $x_n(\text{rot}) = x_{n+1}(\text{grün})$. Mit $x_i = a \cdot \tan \alpha_i = a \cdot \tan \left(\arcsin \left(\frac{i \cdot \lambda}{g} \right) \right)$ folgt:

$$x_n(\text{rot}) = a \cdot \tan \left(\arcsin \left(\frac{n \cdot \lambda_{\text{rot}}}{g} \right) \right) = a \cdot \tan \left(\arcsin \left(\frac{(n+1) \cdot \lambda_{\text{grün}}}{g} \right) \right) = x_{n+1}(\text{grün}) \rightarrow$$

$$\frac{n \cdot \lambda_{\text{rot}}}{g} = \frac{(n+1) \cdot \lambda_{\text{grün}}}{g} \rightarrow n \cdot \lambda_{\text{rot}} = n \cdot \lambda_{\text{grün}} + \lambda_{\text{grün}} \rightarrow n \cdot (\lambda_{\text{rot}} - \lambda_{\text{grün}}) = \lambda_{\text{grün}} \rightarrow n = \frac{\lambda_{\text{grün}}}{\lambda_{\text{rot}} - \lambda_{\text{grün}}} = \frac{532,0}{632,8 - 532,0} \rightarrow$$

$n = 5,3$. Da n ganzzahlig sein muss, ist das 6. Nebenmaximum von rot und das 7. Nebenmaximum von grün gesucht.

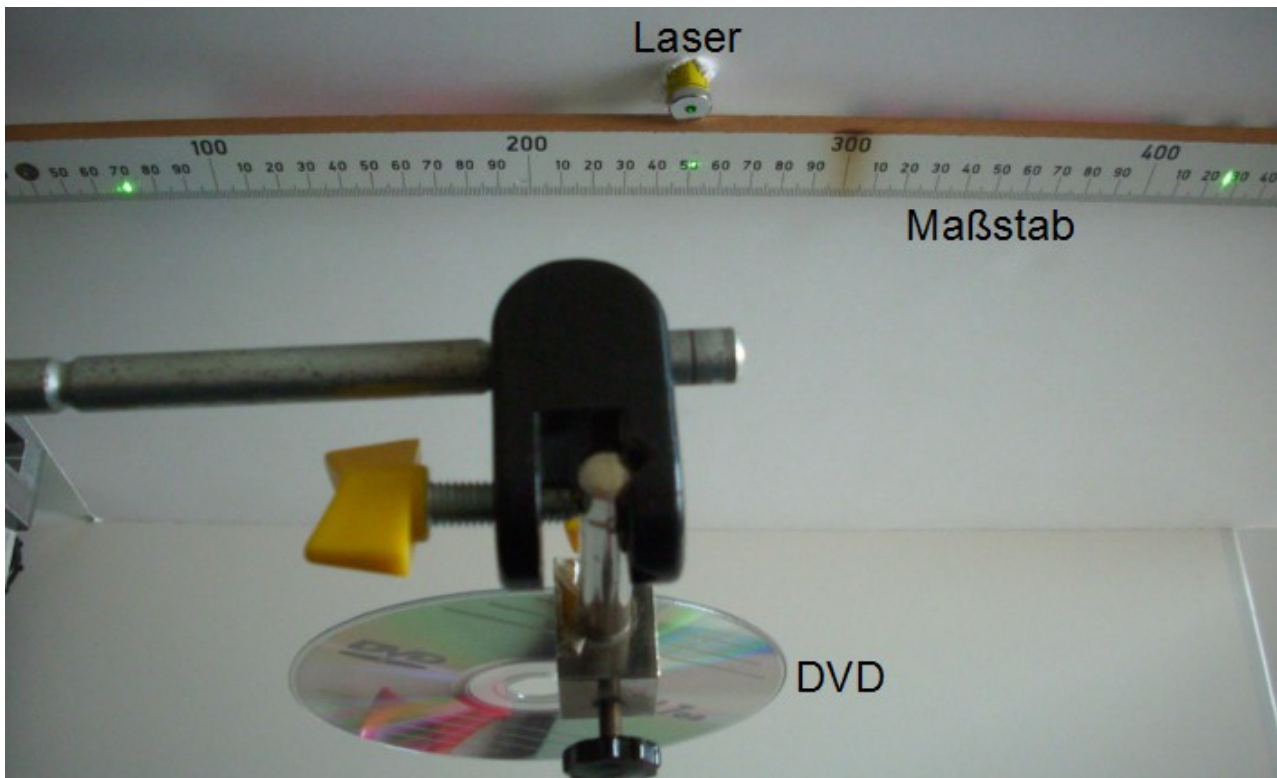
Anmerkung: Auf Grund der Gitterkonstante gibt es nur Nebenmaxima bis zur 3. Ordnung.

- b) Zeigen Sie rechnerisch, dass das unter a) gesuchte Ergebnis in keinem Fall von der Gitterkonstante abhängt.

Die Rechnung zu a) zeigt, dass der Wert für g nicht im Ergebnis vorkommt. Also kann g auch keinen Einfluss auf das Ergebnis haben.

- 3 Mit einem grünen Laser ($\lambda = 532 \text{ nm}$) kann der Spurbstand einer DVD ermittelt werden. Der Maßstab ist 20 cm von der DVD entfernt.

Untersuchen Sie rechnerisch, ob - und wenn ja, wo - das 2. Nebenmaximum gemessen werden kann.



Die DVD wirkt als Reflexionsgitter. Maßstab und DVD sind senkrecht zum einfallenden Laserstrahl ausgerichtet. Also gehört zum Hauptmaximum der grüne Punkt bei etwa 250 mm unter dem Laser. Die 1. Nebenmaxima links und rechts vom Hauptmaximum finden sich gerundet bei 70 mm und 430 mm. Es gilt also mit den Bezeichnungen und Formeln aus Aufgabe 2:

$$a = 200 \text{ mm}, x_1 = 180 \text{ mm} (= 430 \text{ mm} - 250 \text{ mm} = 250 \text{ mm} - 70 \text{ mm})$$

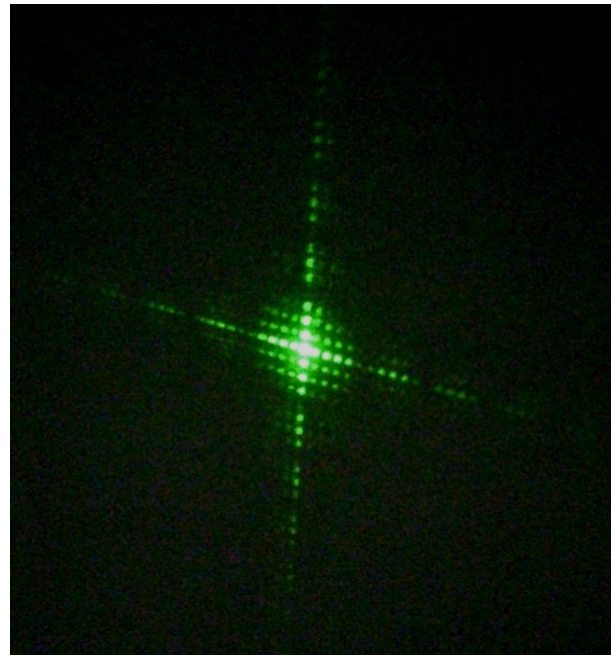
Als Spurbstand g der DVD ergibt sich:

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{g} ; \tan \alpha = \frac{x}{a} \rightarrow g = \frac{\lambda}{\sin \alpha} = \frac{\lambda}{\sin \left(\arctan \left(\frac{x}{a} \right) \right)} = \frac{532}{\sin \left(\arctan \left(\frac{180}{200} \right) \right)} \text{ nm} = 795,3 \text{ nm}$$

Berechnung des Winkels, unter dem das (möglicherweise vorhandene) 2. Nebenmaximum zu sehen ist: $\sin \alpha = \frac{2 \cdot \lambda}{g} = \frac{2 \cdot 532 \text{ nm}}{795,3 \text{ nm}} \approx 1,3$.

Da Sinuswerte aber nicht größer als 1 sein können, gibt es kein 2. Nebenmaximum.

- 4 Ein Gewebe aus Nylon wird von einem grünen Laserstrahl ($\lambda = 530 \cdot 10^{-9} \text{ m}$) durchsetzt.
 In 2 m Entfernung sieht man auf einem Schirm nebenstehendes Bild.
 Die einzelnen kleinen Leuchtpunkte haben einen Abstand von etwa 1 mm.
 Bei der senkrecht verlaufenden punktierten Linie „fehlt“ jeweils 1 Punkt an den dunklen Stellen.

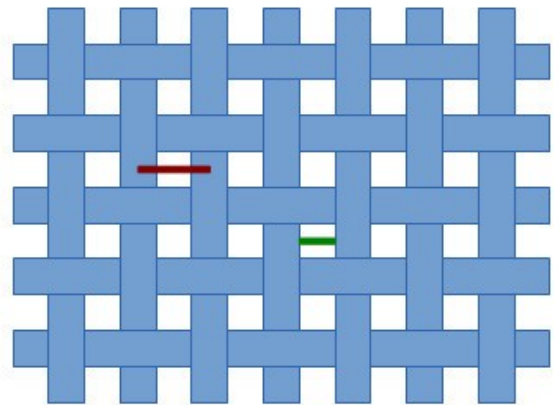


- a) Das Zustandekommen der Punktanordnung im Zentrum und das Auftreten der dunklen Stellen im Kreuz lässt sich durch Beugung erklären. Geben Sie mit Begründung an, um welche Beugungserscheinung es sich jeweils handelt.

Da das Gewebe einen quadratgitterförmigen Aufbau besitzt, wirkt es wie zwei senkrecht zueinander stehende Beugungsgitter. Die Öffnungen zwischen den Fäden wirken als Gitterpunkte.

Die lokalen Beugungspunkte im Zentrum zeigen gleiche Abstände, auch zwischen Hauptmaximum und 1. Nebenmaximum. Hierbei handelt es sich also um Beugung am Gitter (rote Strecke in der Skizze).

Die weiter außen liegenden Beugungspunkte zeigen (senkrecht gelegen) einen regelmäßigen Wechsel von 3 hellen Punkten und 1 schwarzen Punkt. Das Zentrum ist allerdings hell. Hier handelt es sich um Beugung am Spalt (grüne Strecke in der Skizze).



- b) Berechnen Sie den Abstand (rote Strecke) der Nylonfäden und die Breite (grüne Strecke) der Öffnung zwischen zwei benachbarten Nylonfäden.

Die Länge der roten Strecke entspricht dem Gitterlinienabstand g bei der Beugung am Gitter. Der Abstand der Maxima beträgt $x = 1 \text{ mm}$. Mit den anderen angegebenen Werten gilt:

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{g} ; \tan \alpha = \frac{x}{a} \rightarrow g = \frac{\lambda}{\sin \alpha} = \frac{\lambda}{\sin \left(\arctan \left(\frac{x}{a} \right) \right)} = \frac{530 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{\sin \left(\arctan \left(\frac{1}{2000} \right) \right)} \approx 0,001 \text{ m} = 1 \text{ mm}$$

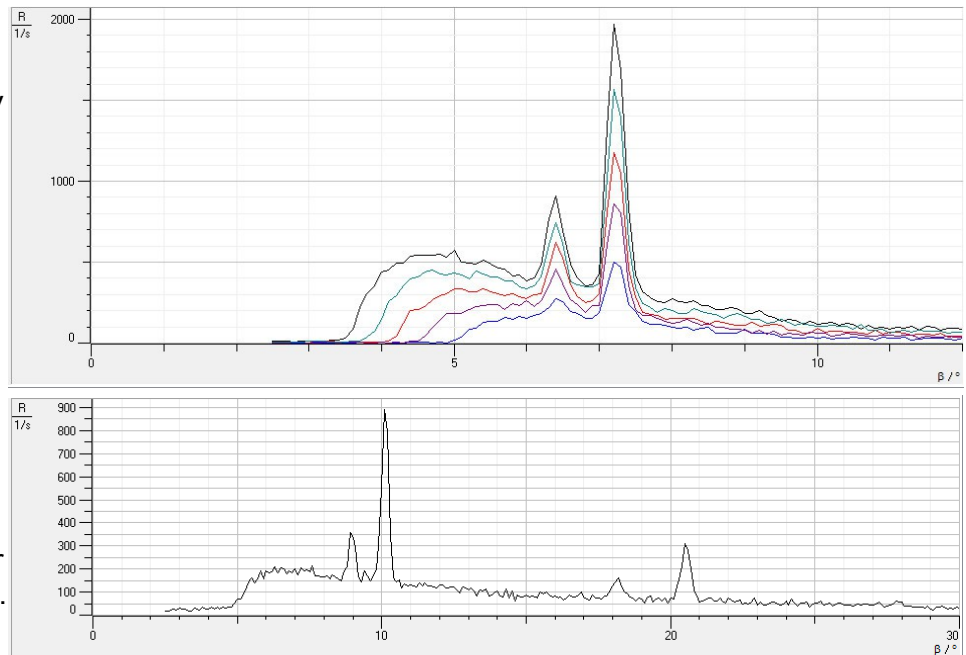
Die Länge der grünen Strecke entspricht der Spaltbreite b bei der Beugung am Spalt. Der Abstand der Minima beträgt $x = 4 \text{ mm}$. Mit den anderen angegebenen Werten gilt:

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{b} ; \tan \alpha = \frac{x}{a} \rightarrow b = \frac{\lambda}{\sin \alpha} = \frac{\lambda}{\sin \left(\arctan \left(\frac{x}{a} \right) \right)} = \frac{530 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{\sin \left(\arctan \left(\frac{4}{2000} \right) \right)} \approx 2,65 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,265 \text{ mm}$$

Die Nylonfäden haben den Abstand 1 mm, die frei bleibenden Stellen im Gewebe sind Quadrate mit der Seitenlänge 0,265 mm und die Fäden haben damit den Durchmesser $(1 - 0,265) \text{ mm} = 0,735 \text{ mm}$.

5 Die oberen Spektren sind im Abstand von 2,5 kV im Bereich von 25 kV bis 35 kV aufgenommen worden.

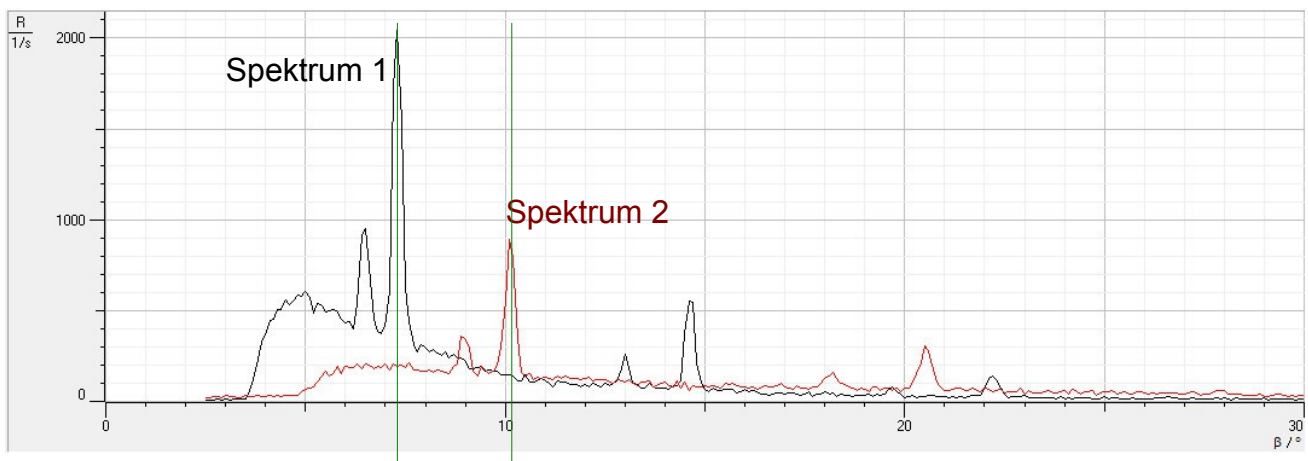
Begründen Sie, dass das untere Spektrum nicht mit derselben Anordnung wie die oberen Spektren aufgenommen worden sein kann, auch nicht mit einer anderen Spannung.



Unabhängig von der Beschleunigungsspannung liegen alle Linien des charakteristischen Spektrums jeweils an derselben Stelle (hier bei etwa 6,4° und 7,2°).

Im unteren Spektrum liegen diese Linien aber bei 8,9° und 10,1°. Das Spektrum muss deshalb mit einem anderen Kristall (anderer Netzebenenabstand) aufgenommen worden sein.

6 Das Spektrum 1 wurde mit einem NaCl-Kristall ($d_{\text{NaCl}} = 2,82 \cdot 10^{-10} \text{ m}$) aufgenommen, das Spektrum 2 mit einem LiF-Kristall (Lithiumfluorid).



Bestimmen Sie rechnerisch den Netzebenenabstand d_{LiF} des LiF-Kristalls.

Auf Grund der Bragg-Gleichung $n \cdot \lambda = 2 \cdot d_{\text{NaCl}} \cdot \sin \alpha_{\text{NaCl}}$ ergibt sich für den größten Peak bei Spektrum 1: $\lambda = 2 \cdot 2,82 \cdot 10^{-10} \text{ m} \cdot \sin 7,2^\circ = 7,1 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

Da die gleiche Röntgenröhre (Molybdän) benutzt wurde, gilt für den Netzebenenabstand d bei Spektrum 2: $d_{\text{LiF}} = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin \alpha_{\text{LiF}}} = \frac{7,1 \cdot 10^{-11} \text{ m}}{2 \cdot \sin 10,1^\circ} = 2,02 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

Der gesuchte Netzebenenabstand von Lithiumfluorid beträgt also etwa 0,202 nm.

VIEL ERFOLG BEI DER BEARBEITUNG DER AUFGABEN !