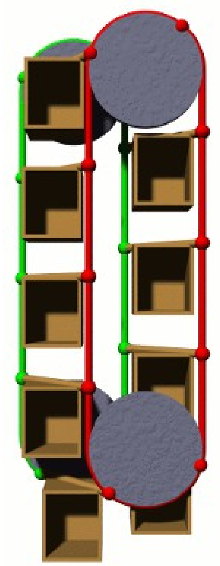
Lösung

1 Ein Paternoster ist ein Aufzug, bei dem viele Aufzugkabinen um zwei Umlenkrollen herum herauf und herunter bewegt werden. Der Aufzug bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit. Die Umsetzung der Kabinen von der einen auf die andere Seite erfolgt in zwei zusätzlichen Stockwerken, in denen keine Ein- und Ausstiegsmöglichkeit besteht und dauert dort so lange wie das Durchfahren eines einzelnen Stockwerkes.



Quelle: RokerHRO
http://de.wikipedia.org/wiki/Paternosteraufzug

Man befindet sich im 6. Stockwerk und sieht eine Kabine mit einem auffälligen Plakat an der Rückwand nach oben fahren.
Nach 60 s sieht man die Kabine nebenan wieder nach unten fahren.

Die Geschwindigkeit des Aufzuges misst man zu $v=0{,}4\frac{m}{s}$.

Die Stockwerke haben eine Höhe von 4 m.

a) Berechnen Sie die Schwingungsdauer und die Frequenz des Paternosters.

Die Schwingungsdauer setzt sich zusammen aus der Zeit, in der die Paternoster-Kabine oberhalb und in der sie unterhalb des aktuellen Standortes ist.
Oberhalb des Standortes ist die Kabine 60 s lang unterwegs (Wert gegeben).
Gemessen wird sinnvoll dann, wenn die Kabine vollständig auf dem Stockwerk angekommen ist.

Bei der Geschwindigkeit $v=0{,}4\frac{m}{s}$ *benötigt die Kabine für ein 4 m hohes Stockwerk 10 s.*

Die Kabine benötigt 30 s für das Fahren nach oben und dann noch einmal 30 s für das Fahren nach unten. Es gibt also noch ein 7. und 8. Stockwerk und dann das Umsetzstockwerk.
Angefahren werden die Stockwerke 7., 8., Umsetzstockwerk, 8., 7., 6.
Auf dem Weg nach unten werden folgende Stockwerke der Reihe nach besucht:
5., 4., 3., 2., 1., Umsetzstockwerk, 1., 2., 3., 4., 5., 6.
Es sind also 12 Stockwerke und damit 12·10 s = 120 s.
Insgesamt braucht der Paternoster für einen Umlauf also 60 s + 120 s = 180 s = 3 Minuten.

Die Schwingungsdauer T beträgt also $T=180\,s$ *und damit gilt für die Frequenz*
$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{180\,s}\approx 0{,}056\,Hz$.

b) Berechnen Sie die Anzahl aller vom Paternoster bedienten Stockwerke mit Ein- und Ausstiegsmöglichkeit.

Wie schon unter a) gezeigt gibt es 8 Stockwerke mit Ein- und Ausstiegsmöglichkeit.

2 Es soll durch einen Versuch herausgefunden werden, um welche Strecke Δs sich eine gegebene Schraubenfeder beim Anhängen der Masse $m=1\,kg$ verlängert.
Man hat kein Maßband, aber dafür eine Stoppuhr zur Hand.
Folgende Messergebnisse werden bei Schwingungsversuchen mit der Schraubenfeder aufgenommen (die Masse der Schraubenfeder werde vernachlässigt):

Masse m in g	50	100	150	200	250	300
Schwingungsdauer T in s	0,31	0,45	0,54	0,63	0,70	0,77

mit $m=m_1$

Bestimmen Sie unter Berücksichtigung aller Messwerte den gesuchten Wert für Δs.

Die Schwingungsdauer einer Schraubenfeder-Schwingung beträgt $T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{D}}$.

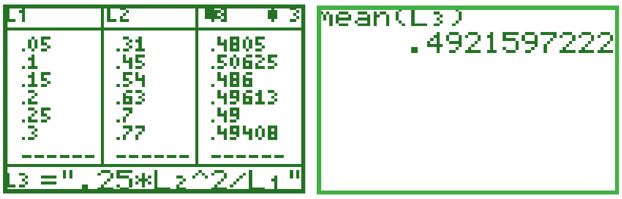
D ist die Federkonstante und gleichzeitig in der Formel $F=D\cdot s$ *(Hookesches Gesetz) der Proportionalitätsfaktor.*

Durch Kombination der beiden Formeln (F ist die Gewichtskraft der Masse $m_2=1\,kg$ *) kann man die gesuchte Auslenkung bestimmen:*

$$T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{m_1}{D}} \rightarrow T^2=4\pi^2\cdot\frac{m_1}{D} \rightarrow D=\frac{4\cdot\pi^2\cdot m_1}{T^2}$$

$$F=D\cdot s \;;\; F=m_2\cdot g \rightarrow s=\frac{F}{D}=\frac{m_2\cdot g}{\frac{4\cdot\pi^2\cdot m_1}{T^2}}=\frac{m_2\cdot g\cdot T^2}{4\cdot\pi^2\cdot m_1} \rightarrow \Delta s=\frac{m_2\cdot g}{4\cdot\pi^2}\cdot\frac{T^2}{m_1}=\frac{1\,kg\cdot 10\frac{N}{kg}}{4\cdot\pi^2}\cdot\frac{T^2}{m_1}\approx 0{,}25\,N\cdot\frac{T^2}{m_1}$$

Auswertung mit dem Taschenrechner:



In L1 stehen die Massenwerte m_1*, in L2 die Zeit-Werte T, in L3 die Formel* $0.25*T^2/m_1$

Als Mittelwert für Δs ergibt sich $0{,}49\,m\approx 0{,}5\,m$.

Die Schreubenfeder wird sich also beim Anhängen der Masse 1 kg um etwa 50 cm auslenken.

---

3 Zwei Töne der Frequenzen $f_1=550\,Hz$ und $f_2=552\,Hz$ überlagern sich. Berechnen Sie

a) die Frequenz der Schwebung und

Die Frequenz der Schwebung ergibt sich aus der Differenz der einzelnen Frequenzen:
$f_{Schwebung}=f_2-f_1=552\,Hz-550\,Hz=2\,Hz$

b) die Zeitdifferenz zwischen zwei Lautstärkemaxima.

Die Zeitdifferenz ergibt sich aus $\Delta t=T_{Schwebung}=\frac{1}{f_{Schwebung}}=\frac{1}{2\,Hz}=0{,}5\,s$.

---

4 Erklären Sie die Funktionsweise des gezeigten Wilberforce-Pendels.

Gehen Sie auch auf die Bedingungen ein, die erfüllt sein müssen, damit das Pendel in der gezeigten Weise funktioniert.

Das Pendel besitzt 2 Schwingungsmöglichkeiten:
1. Schwingung: senkrecht von oben nach unten. Rückstellkräfte sind die Zug- und Druckkräfte der Schraubenfeder (Hookesches Gesetz: F=D·s).
2. Schwingung: Drehschwingung. Dreht sich der angehängte Körper zur Seite, so wird dadurch die Schraubenfeder verdrillt. Rückstellkraft ist die Kraft, die die Feder in die nicht-verdrillte Position bringt.

Schwingt die Feder von oben nach unten, so wickelt sich die Feder ein bisschen ab, d. h. der angehängte Körper wird zu einer Rotation veranlasst. Bei der Bewegung von unten nach oben wickelt sich die Feder etwas auf und der Körper wird in die andere Richtung rotiert. Es fließt also Energie von der Längsschwingung in die Drehschwingung.

Dreht sich der Körper in die eine Richtung, wird die Feder verdrillt und damit etwas kürzer. Dreht der Körper sich in die andere Richtung, wird die Feder entdrillt und damit etwas länger. Damit wird eine Längsschwingung angeregt. Energie fließt von der Dreh- in die Längsschwingung.

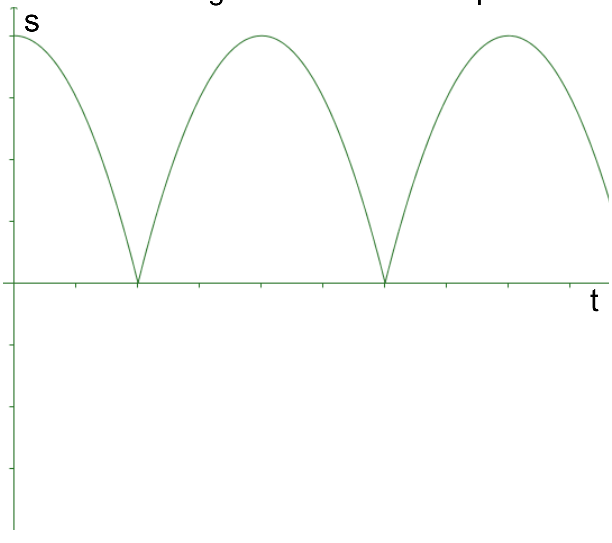
Die Energie fließt also abwechselnd von der einen Schwingungsart in die andere und zwar gibt die Schwingung Energie ab, die mit einer Phasenverschiebung von π/2 vor der anderen Schwingung schwingt. Ist die Energie der einen Schwingungsart verbraucht, bleibt der Körper in dieser Schwingunsart für eine Phasendifferen von π stehen und schwingt dann mit der Phase π/2 hinter der anderen Schwingung her, erhält nun also Energie.

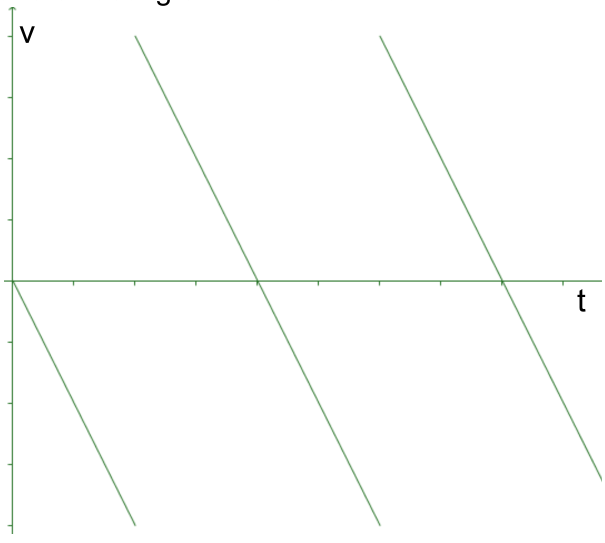
Dieser Wechsel zwischen den Schwingungen kann nur dann vollständig erfolgen, wenn die Frequenzen beider Schwingungen übereinstimmen. Zum Frequenz-Abgleich sind deshalb Massen am Körper befestigt, die nach innen oder außen gedreht werden können und somit die Frequenz der Drehschwingung beeinflussen können.

---

5 Wir kennen die Bewegungsgleichungen für den freien Fall: $s=\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2$ und $v=g\cdot t$.

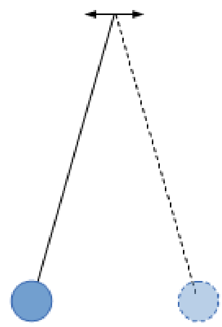
Ein Flummi-Ball wird aus der Höhe h fallen gelassen und springt dann ohne Energieverluste immer wieder so hoch, dass er die Ausgangshöhe erreicht. Dieses ständige Springen kann man als Schwingung auffassen. Zeichnen Sie ein t-s-Diagramm und ein t-v-Diagramm des Springens (bzw. dieser Ball-Schwingung) auf, nicht maßstabsgerecht, aber so, dass man die wesentlichen Eigenschaften der Graphen deutlich und eindeutig erkennen kann.





6 Die Aufhängung eines Fadenpendels kann mit einem Schwingungserreger in waagrechte Richtung hin- und herbewegt werden. Bei einer bestimmten Anregungsfrequenz fängt das Fadenpendel an, mit großer Amplitude zu schwingen.

Erklären Sie die Begriffe „Eigenschwingung“, „erzwungene Schwingung“ und „Resonanz“ an diesem Beispiel und geben Sie die Bedingungen dafür an, dass die Amplitude sehr stark ansteigt.



Eigenschwingung: Stößt man bei fester Aufhängung das Pendel zur Schwingung an, so pendelt es frei mit einer bestimmten Eigenfrequenz. Diese Schwingung nennt man Eigenschwingung.

erzwungene Schwingung: Bewegt man die Aufhängung des Pendels hin und her, so wird Energie in das Pendel gelenkt und das Pendel fängt mit der Frequenz des Schwingungserregers an zu schwingen. Es kommt also nicht auf die Eigenfrequenz des Schwingers an.

Resonanz: Stimmt die Frequenz des Schwingungserregers mit der Eigenfrequenz des Schwingers überein, kann sehr gut Energie auf den Schwinger übertragen werden, da bei einer Phasenverschiebung von π/2 zwischen Schwingungserreger und Pendel immer zum „richtigen Zeitpunkt“ Energie zum Pendel fließt. Der Energieübertrag kann so intensiv sein, dass dadurch das schwingende Pendel zerstört wird (Resonanzkatastrophe).

---

7 Die Wellengleichung $s(x,t)=s_M\cdot\sin\left(2\cdot\pi\cdot\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right)$ ist gegeben.

Bekannt sind die Frequenz der einzelnen Schwinger $f=0{,}25\,Hz$ und die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle $c=7\,\frac{m}{s}$.

Am Ort $x=20\,m$ wird zur Zeit $t=15\,s$ die Auslenkung $s=0{,}33\,m$ gemessen.

Berechnen Sie die Amplitude s_M der Welle.

Falls Sie die Werte für T und λ nicht bestimmen konnten (und nur dann!), rechnen Sie mit $T=9\,s$ und $\lambda=42\,cm$.

Berechnung der Schwingungsdauer T: $T=\frac{1}{f}=\frac{1}{0{,}25}Hz=4\,s$

Berechnung der Wellenlänge λ : $c=f\cdot\lambda \rightarrow \lambda=\frac{c}{f}=\frac{7}{0{,}25}\frac{\frac{m}{s}}{\frac{1}{s}}=28\,m$

$$s(x,t)=s_M\cdot\sin\left(2\cdot\pi\cdot\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right) \rightarrow s_M=\frac{s(x,t)}{\sin\left(2\cdot\pi\cdot\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right)}=\frac{0{,}33}{\sin\left(2\cdot\pi\cdot\left(\frac{15}{4}-\frac{20}{28}\right)\right)}m=1{,}483\,m$$

Die Amplitude beträgt also knapp 1,5 m. (Mit Ersatzwerten: $s_M\approx1{,}12\,m$)

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!