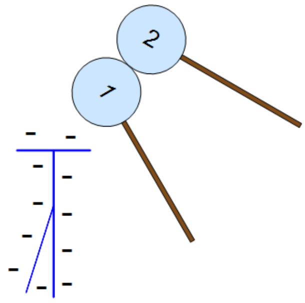
Lösung

1 Ein Elektroskop ist negativ geladen.
Die nicht geladene Kugel 1 wird in die Nähe des Elektroskops gebracht, berührt das Elektroskop aber nicht.
Darauf wird die ebenfalls nicht geladene Kugel 2 so wie in der Abbildung an die Kugel 1 gehalten. Die Kugeln berühren sich dabei.
Nun wird die Kugel 2 entfernt und mit einem Ladungsmessgerät auf Ladungen untersucht.
Darauf wird auch die Kugel 1 entfernt und auf Ladungen untersucht.



4 Fälle sind denkbar:
1. Beide Kugeln tragen Ladung.
2. Kugel 1 trägt Ladung, Kugel 2 aber nicht.
3. Kugel 2 trägt Ladung, Kugel 1 aber nicht.
4. Keine der Kugeln trägt Ladung.

a) Entscheiden Sie sich für eine der 4 Möglichkeiten und begründen Sie, warum Sie annehmen, dass sich das Messergebnis so zeigt.

Fall 1 ist richtig: Beide Kugeln tragen Ladung.
Begründung: Wird Kugel 1 in die Nähe des Elektroskops gebracht, werden durch Influenz die Ladungen auf der Kugel (auf einer nicht geladenen Metallkugel sind positive und negative Ladungen in gleicher Anzahl vorhanden) getrennt. Zum Elektroskop hin findet man die positiven Ladungen, zur anderen Seite hin die negativen Ladungen.
Wird nun die 2. Kugel mit der 1. Kugel in Kontakt gebracht, treten negative Ladungen von der 1. in die 2. Kugel über, da sie vom Elektroskop abgestoßen werden. Dagegen werden positive Ladungen der Kugel 2 vom Elektroskop angezogen und treten in die 1. Kugel über.
Damit sind in der 1. Kugel mehr positive als negative Ladungen und in der 2. Kugel mehr negative als positve Ladungen.
Beim Trennen der 2. von der 1. Kugel bleibt die Ladungsverteilung erhalten, d.h. die 1. Kugel ist positiv und die 2. Kugel negativ geladen.

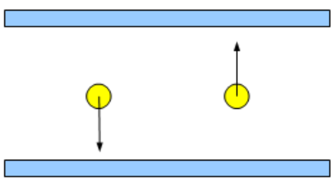
Anmerkung: Bis auf den Versuchsaufbau ist dieser Versuch identisch mit dem im Unterricht besprochenen Versuch, bei dem 2 Metallplättchen im geladenen Kondensator erst zusammengeführt und dann getrennt werden. Auch diese beiden Plättchen waren dann entgegengesetzt geladen.

b) Falls eine oder beide Kugeln Ladung tragen sollten, geben Sie mit Begründung an, welcher Art (+ oder -) diese Ladung jeweils ist.

Diese Frage wird unter a) beantwortet.

---

2 Die Platten eines Plattenkondensators sind im Abstand d=15cm parallel zur Erdoberfläche ausgerichtet.
Zwischen den Platten befinden sich zwei gleiche Styropor-Kügelchen der Masse m=0,1g.
Das eine Kügelchen ist elektrisch mit der Ladung $Q=10^{-7}$C geladen, das andere ist elektrisch neutral.



Auf Grund der Ladung und der an den Kondensator angelegten Spannung fällt das eine Kügelchen jeweils mit derselben Geschwindigkeit nach unten wie das andere Kügelchen nach oben steigt.

Berechnen Sie die an den Kondensator angelegte Spannung. *Lösung auf der nächsten Seite.*

Die nicht geladene Kugel wird mit der Gewichtskraft F_G nach unten gezogen. Auf die geladene Kugel muss eine gleichgroße Kraft nach oben wirken, um sie in Ruhe zu halten und dann noch einmal diese Kraft, um sie nach oben zu beschleunigen. Die nach oben wirkende Kraft ist die elektrische Kraft F_E. Es gilt also $F_E = 2 \cdot F_G$.

Im homogenen Feld des Kondensators gilt $E = \frac{U}{d}$ und $E = \frac{F_E}{Q}$.

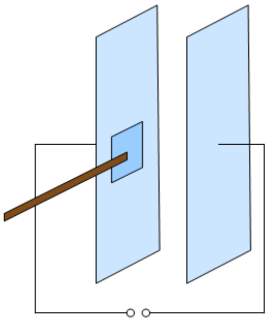
Daraus folgt $E = \frac{U}{d} \rightarrow U = E \cdot d = \frac{F_E}{Q} \cdot d = \frac{2 \cdot F_G}{Q} \cdot d = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot d}{Q} = \frac{2 \cdot 10^{-4} kg \cdot 9{,}81 \frac{N}{kg} \cdot 0{,}15 m}{10^{-7} C} = 2943 V$.

Die angelegte Spannung beträgt also knapp 3000 V.

---

3 Zwei Kondensatorplatten der Fläche A_C=900cm^2 werden mit der Spannung U=400V ständig aufgeladen. Die mit einem Ladungslöffel der Fläche A_L=20cm^2 von einer Platte abgenommenen Ladung wird zu Q_L=7·10^{-11}C ermittelt.

Berechnen Sie den Plattenabstand d des Kondensators.



Die Lösung ergibt sich über eine Kombination der Kondensatorformeln $C = \frac{Q}{U}$ *und* $C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$. *Zur Berechnung wird die Ladung auf den großen Kondensatorplatten benötigt. Da die Flächenladungsdichte bei den großen und den kleinen Platten gleich ist, gilt* $\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q_L}{A_L} = \frac{Q_C}{A_C}$ *und damit* $\frac{A_C}{Q_C} = \frac{A_L}{Q_L}$.

Daraus folgt $\varepsilon_0 \cdot \frac{A_C}{d} = \frac{Q_C}{U} \rightarrow d = \frac{\varepsilon_0 \cdot A_C \cdot U}{Q_C} = \frac{\varepsilon_0 \cdot A_L \cdot U}{Q_L} = \frac{\varepsilon_0 \cdot 20 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot 400 V}{7 \cdot 10^{-11} C} = 0{,}101 m$.

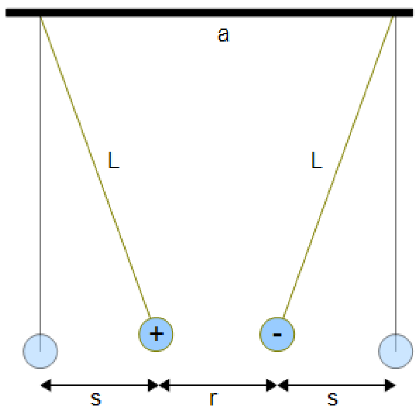
Der Abstand der Kondensatorplatten beträgt also etwa 10 cm.

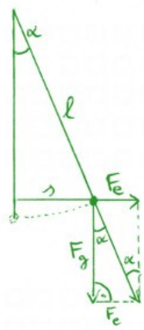
---

4 2 Pendelkugeln werden im Abstand a aufgehängt.
Sie besitzen jeweils die Fadenlänge L=2m.
Die Masse beträgt jeweils m=10g.
Die Fäden sind masselos.
Auch die Ladungen Q=2·10^{-8}C der Kugeln sind bis auf das Vorzeichen identisch.

Auf Grund ihrer entgegengesetzten Ladungen ziehen sich die Kugeln an und bleiben in einem Gleichgewichtszustand hängen, für den gilt:
Die Auslenkungen s aus der Ruhelage sind genau so groß wie der Abstand r der Kugeln (siehe Skizze).

Berechnen Sie den Wert des Abstandes a.





Aus der Skizze liest man ab: $\sin\alpha = \frac{s}{L}$ *und* $\tan\alpha = \frac{F_E}{F_G}$.

Zunächst wird angenommen, dass der Winkel sehr klein (α<5°) ist. Dann gilt:

$$\sin\alpha \approx \tan\alpha \rightarrow \frac{s}{L} = \frac{F_E}{F_G} \rightarrow F_E = \frac{s \cdot F_G}{L} = \frac{s \cdot m \cdot g}{L}$$

Die elektrische Kraft wird (anders als im Unterricht durch einen Kondensator) durch die Anziehung der beiden Kugeln erzeugt: $F_E = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{r^2}$ *. Mit $Q_1=Q_2=Q$ und s=r folgt dann*

$$\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{r^2}=\frac{s\cdot m\cdot g}{L} \rightarrow \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{Q^2}{r^2}=\frac{r\cdot m\cdot g}{L} \rightarrow r^3=\frac{Q^2\cdot L}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot m\cdot g} \rightarrow r=\sqrt[3]{\frac{Q^2\cdot L}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot m\cdot g}} \rightarrow$$

$$r=\sqrt[3]{\frac{4\cdot 10^{-16}C^2\cdot 2\,m}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot 0{,}01\,kg\cdot 9{,}81\frac{N}{kg}}}=0{,}0418\,m \rightarrow a=3\cdot r=0{,}1255\,m\,.$$

Die Pendelkugeln sind also etwa 12,5 cm voneinander entfernt aufgehängt.

Zur Kontrolle, ob die Näherung sin α ≈ tan α benutzt werden darf: $\sin\alpha=\frac{0{,}0418}{2} \rightarrow \alpha\approx 1{,}2°$.

Da der Winkel deutlich unter 5° liegt, darf die Näherung verwendet werden.

---

5 Eine recht kurze Metallstange wird aufgeladen.
Mit einem Elektrofeldmeter misst man die elektrische Feldstärke E in Abhängigkeit vom Abstand d von der Stange. Es ergibt sich die rechts stehende Tabelle.

Abstand d in cm	E in Skalenteilen
1	19,6
2	9,8
3	6,7
4	5,0
5	4,0
6	3,4
7	3,0
8	2,3
9	2,0
10	1,5
12	1,1
14	0,8
16	0,6
18	0,5
20	0,4

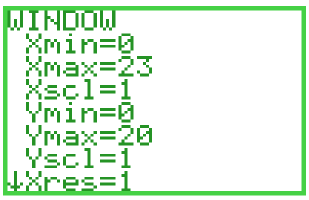
Gesucht ist der funktionale Zusammenhang zwischen d und E.

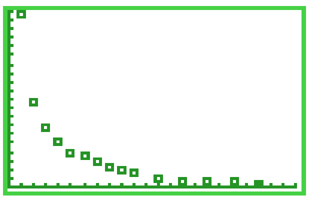
Im Unterricht haben wir gesehen, dass man für die Abhängigkeit zwischen Entfernung und Ladung im Feld einer geladenen Kugel am besten die Option PwrReg für eine Regression mit dem Taschenrechner auswählt.

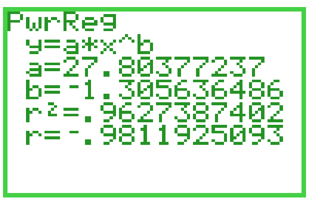
Führen Sie nun entsprechend eine Regression für das Feld in der Nähe einer geladenen Stange durch.
Anleitung:
Werten Sie die Bereiche für 1≤d≤7 und 8≤d≤20 getrennt aus.
Erklären Sie die unterschiedlichen Ergebnisse.

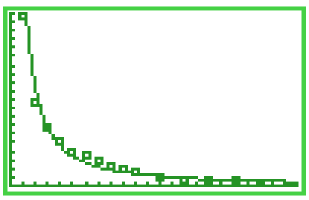
Gesucht ist eine Funktion der Art $y=A\cdot x^B$ *mit y=E und x=d.*

Auswertung des Bereichs 1≤d≤20:





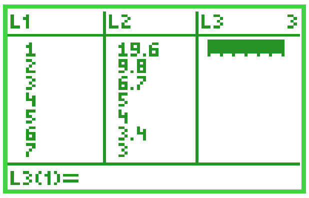


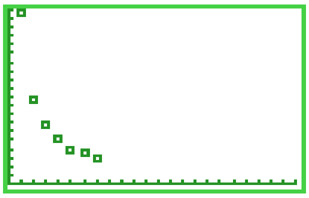


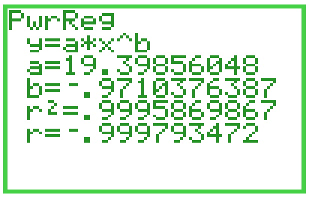
Im Prinzip nähert die Kurve mit der Gleichung $E=28\cdot d^{-1{,}3}\approx\frac{28}{\sqrt[3]{d^4}}$ *die Messpunkte recht gut an, es scheint aber systematische Verschiebungen der Messpunkte zu geben. Außerdem erwartet man bei diesem Versuch nicht unbedingt eine derart „komplizierte“ Funktion. Deshalb weiter, wie in der*

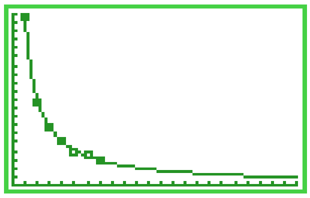
Aufgabe angegeben:

Auswertung des Bereichs 1≤d≤7: (gleiche WINDOW-Einstellungen wie oben)



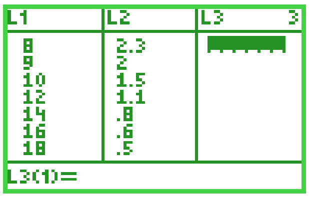


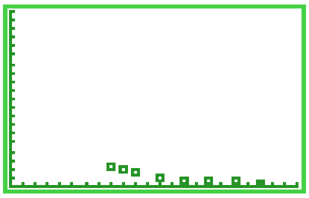


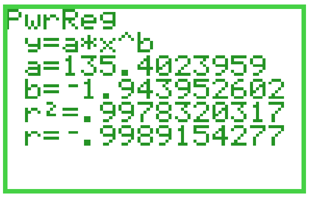


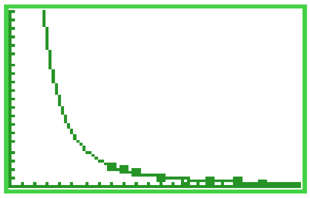
Es ergibt sich die Gleichung $E=19\cdot d^{-0{,}97}\approx 19\cdot d^{-1}=\frac{19}{d}$ *, also eine Abhängigkeit, wie wir sie in der Schule für das zylindersymmetrische Feld einer langen geraden geladene Stange gefunden haben.*

Auswertung des Bereichs 8≤d≤20: (gleiche WINDOW-Einstellungen wie oben)









Es ergibt sich die Gleichung $E=135\cdot d^{-1{,}94}\approx 135\cdot d^{-2}=\frac{135}{d^2}$ *, also eine Abhängigkeit, wie wir sie in der Schule für das radialsymmetrische Feld einer Kugel gefunden haben.*

Das Feld einer kurzen elektrisch geladenen Stange hat also abhängig von der Entfernung unterschiedliche Ausprägung.

In der Nähe der Stange entspricht das Feld (wie erwartet) dem einer langen Stange. Je größer der Abstand zur Stange wird, desto mehr macht sich die endliche Ausdehnung der Stange bemerkbar. Der Blickwinkel, unter dem die Stange zu sehen ist, wird immer kleiner und schließlich wirkt die Stange sehr weit weg nur noch „wie ein Punkt“. Das Feld entspricht dann dem einer geladenen Kugel.

VIEL ERFOLG BEI DER BEARBEITUNG DER AUFGABEN !