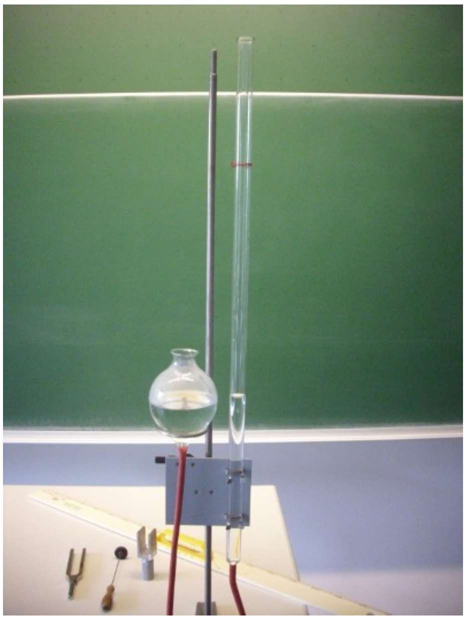
Lösung



1 Mit dem aus dem Unterricht bekannten Versuchsaufbau werden 2 benachbarte Resonanzstellen maximaler Lautstärke bei 25 cm und bei 35 cm langer Luftsäule gefunden.
Die Schallgeschwindigkeit beträgt 340 m/s.

a) Berechnen Sie, bei welcher kleinsten Luftsäulenlänge man das 1. Maximum findet.

Die Längen der Luftsäulen geben den Ort der Schwingungsknoten an, da an der Wasseroberfläche die Welle an einem festen Ende reflektiert wird.
Da die Maxima bei 25cm und 35 cm benachbart sind, sind alle Schwingungsknoten (35-25)cm=10cm voneinander entfernt.
Deshalb sind auch bei 15cm und 5cm Schwingungsknoten.
Zum 1. Maximum gehört also eine Luftsäule von 5cm.

b) Berechnen Sie die Frequenz des bei diesem Versuch verwendeten Tones.

Zwischen den Schwingungsknoten besteht ein Abstand von λ/2.
Aus λ/2=10cm folgt λ=20cm.

Mit c=f·λ gilt $f=\frac{c}{\lambda}=\frac{340\frac{m}{s}}{0{,}2m}=1700\frac{1}{s}=1700Hz$.

c) Bei einer anderen Messung mit anderer Stimmgabel findet man bei 56 cm und bei 88 cm Luftsäulenlänge Lautstärkemaxima.
Man weiß aber nicht, ob zwischen den beiden Maxima noch weitere Maxima liegen.
Berechnen Sie die niedrigste Frequenz, mit der dieses Versuchsergebnis gemessen werden kann.

Die Differenz zwischen den angegebenen Längen beträgt (88-56)cm=32cm.
Subtrahiert man 32cm von 56cm, so erhält man 24cm. Als Rest müsste sich entweder 0cm (beim festen Ende) oder 32cm/2=16cm (beim losen Ende) ergeben. Beides trifft hier nicht zu und man kann auch nicht noch einmal 32cm subtrahieren. Es muss also mindestens ein weiterer Knoten zwischen den Stellen bei 56cm und 88cm liegen, z.B. ein Knoten bei 72cm wegen (88-72)cm=16cm und (72-56)cm=16cm.
Rechnet man jetzt in 16-er-Schritten herunter, so ergibt sich
88cm → 72cm → 56cm → 40cm → 24cm → 8cm.
8cm als Hälfte von 16cm deutet auf ein loses Ende hin. Die Wellenlänge ergibt sich damit aus λ/4=8cm zu λ=32cm.

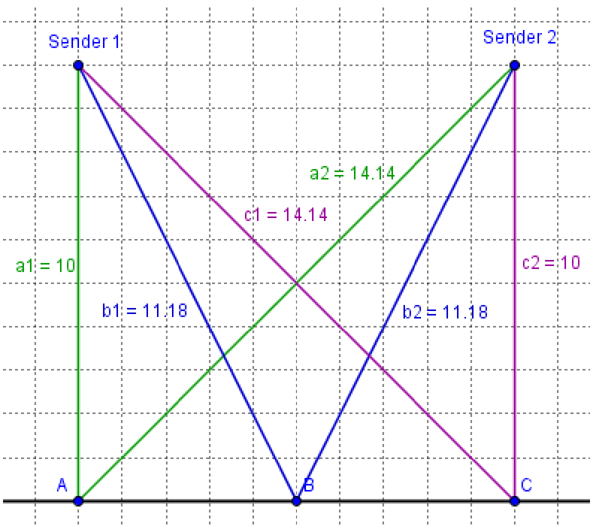
Und für die Frequenz folgt $f=\frac{c}{\lambda}=\frac{340\frac{m}{s}}{0{,}32m}=1062{,}5\frac{1}{s}=1062{,}5Hz$.

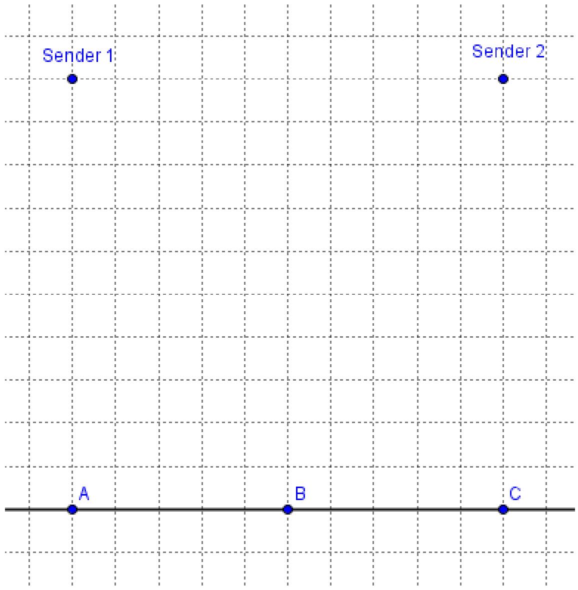
Für weitere Knoten zwischen den bis jetzt gefundenen Knoten würden die Werte für die Wellenlänge kleiner und damit die Frequenz größer werden. Es war aber nach der kleinsten Frequenz gefragt.

2 Die 10 m voneinander entfernten Sender 1 und 2 senden mit gleicher Phase einen Ton derselben Frequenz aus.

10 m von den beiden Sendern entfernt werden auf der eingezeichneten Geraden bei A, B und C Lautstärkemaxima gemessen. Zwischen A und C gibt es keine weiteren Maxima.

Berechnen Sie Wellenlänge und Frequenz des von den Sendern erzeugten Tones.





Die Streckenlängen von Sender 1 und Sender 2 zu B sind gleich lang.
Bei B muss also bei jeder Frequenz ein Maximum sein.
Bei A (grüne Strecken) legt das Signal von Sender 2 eine längere Strecke zurück.
Dieser Längenunterschied muss die Wellenlänge sein, da bei A ein Maximum sein soll und zwischen A und B kein weiteres Maximum auftaucht.
Es gilt $a_2^2 = a_1^2 + 10^2 = 10^2 + 10^2 = 100 + 100 = 200 \rightarrow a_2 = \sqrt{200} \approx 14{,}14$.
Daraus folgt $\lambda = a_2 - a_1 = (14{,}14 - 10)m = 4{,}14\,m$
Für Punkt C und die Streckenlängen c_1 *und* c_2 *gelten analoge Überlegungen und Ergebnisse.*

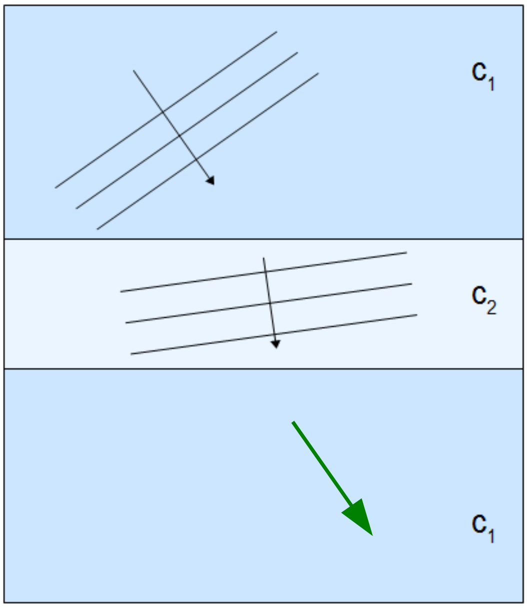
Die Frequenz ergibt sich aus $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{340\,\frac{m}{s}}{4{,}14\,m} = 82{,}1\,Hz$.

Formeln: $c = f \cdot \lambda \qquad s = s_m \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right)$

$L = (2k-1) \cdot \frac{\lambda}{4} \qquad L = k \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad c = 340\,\frac{m}{s} \qquad T = \frac{1}{f}$

Sender	Empfänger	Richtung	Formel
bewegt	ruht	aufeinander zu	$f_E = f_S \cdot \frac{c}{c-v}$
bewegt	ruht	voneinander weg	$f_E = f_S \cdot \frac{c}{c+v}$
ruht	bewegt	aufeinander zu	$f_E = f_S \cdot \frac{c+v}{c}$
ruht	bewegt	voneinander weg	$f_E = f_S \cdot \frac{c-v}{c}$

3 Eine Welle mit gerader Wellenfront bewegt sich im oberen Medium mit der Geschwindigkeit c_1 in Pfeilrichtung vorwärts.
Im mittleren Medium hat sich die Bewegungsrichtung geändert.



a) Geben Sie mit Begründung an, ob die Ausbreitungsgeschwindigkeit c_2 der Wellen im mittleren Medium größer oder kleiner als im oberen Medium ist.

Kommt der linke untere Teil der Wellenfront im oberen Bereich an der oberen Trennschicht an, so breiten sich die Elementarwellen im mittleren Abschnitt langsamer aus als oben, weil der Abstand vom rechten oberen Rand der Wellenfront oben zur Trennschicht länger ist als der Abstand des linken Teils der Wellenfront in der Mitte zur Trennschicht. Es gilt $c_2<c_1$.

b) Skizzieren Sie und beschreiben Sie in Worten, in welche Richtung sich die Welle im unteren Medium (Geschwindigkeit c_1) bewegt, wenn sie das mittlere Medium verlässt.

Bei der Brechung von Wellen an planparallelen Grenzschichten bleibt die ursprüngliche Richtung erhalten. Die Wellenfront wird lediglich parallel zur Seite etwas verschoben.

Die Abstände zwischen den Wellenfronten sind willkürlich gewählt und sind kein Kriterium für die Geschwindigkeit der Welle.

---

4 „Bewegt man sich als Empfänger auf eine ruhende Schallquelle zu, die einen Ton der Frequenz f_S=600 Hz ausstrahlt, und hört man dabei den Ton mit doppelt so großer Frequenz (f_E=1200 Hz), so gilt das („... doppelt so hohe Frequenz...“) auch für alle anderen Frequenzen.“

a) Belegen oder widerlegen Sie diese Aussage durch eine Rechnung.

Zur Beschreibung gehört die Formel für den bewegten Empfänger und eine ruhende Schallquelle:
$f_E=f_S\cdot\frac{c+v}{c}$. *Ist* $f_E=2\cdot f_S$, *so folgt* $2\cdot f_S=f_S\cdot\frac{c+v}{c} \rightarrow 2=\frac{c+v}{c} \rightarrow 2c=c+v \rightarrow c=v$.
Da sich f_S aus der Gleichung heraushebt, kommt es nicht auf den Wert von f_S an, wenn man sich mit einer festen Geschwindigkeit bewegt. Rechnung und Ergebnis gelten für alle Frequenzen.

b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Empfängers.

Die Rechnung unter a) ergibt $v=c=340\frac{m}{s}$.

---

5 Auf einem Karussell ist eine Sirene montiert, die ständig einen Ton gleichbleibender Frequenz aussendet.
Auf Grund des Dopplereffektes hört ein ruhender Beobachter neben dem Karussell diesen Ton in verschiedenen Tonhöhen zwischen $f_1 = 800$ Hz und $f_2 = 900$ Hz.

a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Karussells am Ort der Sirene.

Bewegt sich die Sirene auf den Beobachter zu, gilt die Formel $f_{Ezu} = f_S \cdot \frac{c}{c-v} = 900\,Hz$.

Bewegt sich die Sirene vom Beobachter weg, gilt die Formel $f_{Eweg} = f_S \cdot \frac{c}{c+v} = 800\,Hz$.

Daraus folgt

$$\frac{f_{Ezu}}{f_{Eweg}} = \frac{f_S \cdot \frac{c}{c-v}}{f_S \cdot \frac{c}{c+v}} = \frac{c+v}{c-v} = \frac{900\,Hz}{800\,Hz} \rightarrow 800 \cdot c + 800 \cdot v = 900 \cdot c - 900 \cdot v \rightarrow 1700 \cdot v = 100 \cdot c \rightarrow$$

$v = \frac{100}{1700} \cdot c = \frac{1}{17} \cdot 340 \frac{m}{s} = 20 \frac{m}{s}$. *Das Karussell bewegt sich am Ort der Sirene mit 20 m/s.*

b) Berechnen Sie die Frequenz des ausgesendeten Tons.

Das Ergebnis zu a) eingesetz in die oberen Formeln (eine würde reichen) ergibt:

$$f_S \cdot \frac{c}{c-v} = f_S \cdot \frac{340}{340-20} = f_S \cdot \frac{340}{320} = 900\,Hz \rightarrow f_S = \frac{900 \cdot 320}{340}\,Hz \approx 847\,Hz$$

$$f_S \cdot \frac{c}{c+v} = f_S \cdot \frac{340}{340+20} = f_S \cdot \frac{340}{360} = 800\,Hz \rightarrow f_S = \frac{800 \cdot 360}{340}\,Hz \approx 847\,Hz$$

Der ausgesandte Ton hat also die Frequenz 847 Hz.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!