29.09.2005 Klausur 1 Kurs Ph13 Physik Lk

Lösung

1 Zwei Kugeln A und B haben die Massen $m_A = 2\text{kg}$ und $m_B = 4\text{kg}$.

Sie bewegen sich mit den Geschwindigkeiten $v_A = 6\frac{m}{s}$ und $v_B = -3\frac{m}{s}$ aufeinander zu.

Die beiden Kugeln unterliegen keinen äußeren Einflüssen wie z. B. Gravitation oder Reibung.

a) Der Stoß der beiden Kugeln sei elastisch. Berechnen Sie die Geschwindigkeiten der Kugeln nach dem Stoß.

Energieerhaltungssatz (ES): $\frac{1}{2}\cdot m_A\cdot v_A^2+\frac{1}{2}\cdot m_B\cdot v_B^2=\frac{1}{2}\cdot m_A\cdot v_A'^2+\frac{1}{2}\cdot m_B\cdot v_B'^2$

Impulserhaltungssatz (IS): $m_A\cdot v_A+m_B\cdot v_B=m_A\cdot v_A'+m_B\cdot v_B'$

Einsetzen der gegebenen Größen (Einheiten werden weggelassen, da sie sich bei jeder Gleichung herauskürzen): (ES) $\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 36+\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 9=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot v_A'^2+\frac{1}{2}\cdot 4\cdot v_B'^2 \Rightarrow 54=v_A'^2+2\cdot v_B'^2$

(IS) $2\cdot 6-4\cdot 3=2\cdot v_A'+4\cdot v_B' \Rightarrow 0=2\cdot v_A'+4\cdot v_B'$

(IS) auflösen nach v_A': $v_A'=-2\cdot v_B'$

Einsetzen in (ES): $54=4\cdot v_B'^2+2\cdot v_B'^2=6\cdot v_B'^2 \Rightarrow v_B'^2=9 \Rightarrow v_{B_{1,2}}'=\pm 3$

Einsetzen in Gleichung für v_A': $v_{A_{1,2}}'=-2\cdot(\pm 3)=\mp 6$

Das bedeutet:

1. Lösung: $v_A'=-6\,;v_B'=+3$ *Die Kugeln kehren jede mit der gleichen Geschwindigkeit wie vor dem Stoß zurück.*

2. Lösung: $v_A'=+6\,;v_B'=-3$ *Uninteressant: Die Kugeln fliegen aneinander vorbei.*

b) Der Stoß der beiden Kugeln sei inelastisch, d. h. sie bewegen sich nach dem Stoß gemeinsam weiter. Berechnen Sie die Geschwindigkeit nach dem Stoß und die Energie, die als Wärme frei wird.

(ES): $\frac{1}{2}\cdot m_A\cdot v_A^2+\frac{1}{2}\cdot m_B\cdot v_B^2=\frac{1}{2}\cdot(m_A+m_B)\cdot v'^2+W$ *und (IS):* $m_A\cdot v_A+m_B\cdot v_B=(m_A+m_B)\cdot v'$

Einsetzen: (ES): $\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 36+\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 9=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot v'^2+W \Rightarrow 54=3\cdot v'^2+W$

Einsetzen: (IS): $2\cdot 6-4\cdot 3=6\cdot v' \Rightarrow 0=6\cdot v' \Rightarrow v'=0 \Rightarrow 54=3\cdot 0+W \Rightarrow W=54$

Die beiden Kugeln sind nach dem Stoß in Ruhe. Die gesamte Bewegungsenergie wird in Form von Wärme frei.

---

2 Verglichen werden sollen Röntgenstrahlung mit einer Wellenlänge von $\lambda_{Rö}=8{,}5\cdot10^{-11}\,m$ und Elektronenstrahlung. Für die de-Broglie-Wellenlänge λ_e der Elektronen soll gelten: $\lambda_e=\lambda_{Rö}$. Zeigen Sie, dass die beiden Strahlenarten trotz Übereinstimmung in der Wellenlänge nicht in ihrem Teilchencharakter übereinstimmen.
Berechnen Sie dazu jeweils

a) den Impuls für ein Röntgen-Photon und für ein Elektron,

Röntgen-Photon: Es gilt $p=\frac{h}{\lambda_{Rö}}=\frac{6{,}626\cdot10^{-34}}{8{,}5\cdot10^{-11}}\frac{kg\cdot m}{s}=7{,}795\cdot10^{-24}\frac{kg\cdot m}{s}$

Elektron: Da die de-Broglie-Wellenlänge gleich der Wellenlänge des Röntgen-Photons sein soll, gilt auch hier: $p=\frac{h}{\lambda_e}=\frac{h}{\lambda_{Rö}}=\frac{6{,}626\cdot10^{-34}}{8{,}5\cdot10^{-11}}\frac{kg\cdot m}{s}=7{,}795\cdot10^{-24}\frac{kg\cdot m}{s}$

b) die Gesamtenergie W_{ges} eines Röntgen-Photons und eines Elektrons.
Benutzen Sie bei b) die relativistische Energie-Impuls-Beziehung $W_{ges}^2=\left(m_0c^2\right)^2+p^2c^2$.

Röntgen-Photon: $W=h\cdot f_{Rö}=\frac{h\cdot c}{\lambda_{Rö}}=\frac{6{,}626\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^8}{8{,}5\cdot10^{-11}}J=2{,}3\cdot10^{-15}J$

Elektron: $W_{ges}=\sqrt{\left(m_0c^2\right)^2+p^2c^2}=\sqrt{\left(9{,}1\cdot10^{-31}\cdot\left(3\cdot10^8\right)^2\right)^2+\left(7{,}795\cdot10^{-24}\cdot3\cdot10^8\right)^2}\,J=8{,}2\cdot10^{-14}J$

Begründen Sie, warum sich ein Unterschied ergibt.

Da das Elektron gegenüber dem Röntgen-Photon eine von 0 verschiedene Ruhemasse besitzt, muss diese zur Gesamtenergie hinzugerechnet werden.

---

3 Das Spektrum von Natrium-Licht besitzt 2 gelbe Linien mit den Wellenlängen $\lambda_A=589{,}59\,nm$ und $\lambda_B=588{,}99\,nm$.

a) Bei längerer Brenndauer der Lampe, während der die Lampe sehr heiß wird, verbreitern sich die Linien und verschmelzen zu einer einzigen breiten Linie.
Deuten Sie diesen Effekt mit Hilfe der Heisenbergschen Unschärferelation.

Das Gas in der Lampe leuchtet, weil die Atome durch Stöße Energie aufnehmen und dann kurz darauf diese Energie in Form von Licht abgeben. Wird das Gas heißer, bewegen sich die Atome schneller und die Zusammenstöße erfolgen häufiger und schneller aufeinanderfolgend, d. h. die Zeitunschärfe Δt, die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen, wird kleiner.

Wegen $\Delta W\cdot\Delta t\geq\frac{h}{4\cdot\pi}$ *wird dadurch ΔW größer und wegen W=h·f und damit ΔW=h·Δf auch Δf.*

Daraus folgt, dass wegen c=f·λ auch Δλ größer werden muss. Also treten neben den oben angegebenen Wellenlängen auch benachbarte Wellenlängen auf, so dass bei hohen Energien nicht eindeutig zu entscheiden ist, welcher der beiden Wellenlängen λ_A *und* λ_B *das Licht zuzuordnen ist.*

b) Unter einem Photon kann man sich eine in ihrer Länge begrenzte Lichtwelle vorstellen, die während eines bestimmten Zeitraums von einem Atom ausgesendet wird.
Als "Länge" eines Photons bezeichnet man dabei die Strecke, auf der man das Photon antreffen kann.
Berechnen Sie, wie lang ein Photon ist, wenn die beiden Linien soeben nicht mehr zu

unterscheiden sind.

Hier verwenden wir die Form $\Delta f \cdot \Delta t \geq \frac{1}{4 \cdot \pi}$ *der Heisenbergschen Unschärferelation.*

Zunächst wird mit Hilfe der λ-Werte Δf berechnet (Δλ sei die Differenz der Wellenlängen). Daraus ergibt sich Δt. Δt kann als die Zeit angesehen werden, in der ein Atom Licht abstrahlt. Da sich das Licht mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet, legt der „Beginn“ des Photons den Weg $\Delta s = c \cdot \Delta t$ *zurück, bis das „Ende“ des Photons das Atom verlässt. Δs ist also die Länge des Photons.*

1. Berechnung von Δf: Wegen $f = \frac{c}{\lambda}$ *gilt* $f_A = \frac{3 \cdot 10^8}{589{,}59 \cdot 10^{-9}} Hz = 5{,}088281 \cdot 10^{14}\, Hz$ *und*

$f_B = \frac{3 \cdot 10^8}{588{,}99 \cdot 10^{-9}} Hz = 5{,}093465 \cdot 10^{14}\, Hz$*, d.h.* $\Delta f = f_B - f_A = 5{,}184 \cdot 10^{11}\, Hz$*.*

Anmerkung: Man darf <u>nicht</u> rechnen: $\cancel{\Delta f = \frac{c}{\Delta \lambda}}$

Begründung: $\Delta f = f_B - f_A = \frac{c}{\lambda_B} - \frac{c}{\lambda_A} = \frac{c \cdot (\lambda_A - \lambda_B)}{\lambda_A \cdot \lambda_B} = \frac{c \cdot \Delta \lambda}{\lambda_A \cdot \lambda_B}$

2. Berechnung von Δt: Wegen $\Delta f \cdot \Delta t \geq \frac{1}{4 \cdot \pi}$ *gilt* $\Delta t \approx \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \Delta f} = 1{,}535 \cdot 10^{-13}\, s$.

3. Berechnung von Δs: Wegen $\Delta s = c \cdot \Delta t$ *gilt* $\Delta s = 3 \cdot 10^8 \cdot 1{,}535 \cdot 10^{-13}\, m = 4{,}6 \cdot 10^{-5}\, m \approx 0{,}05\, mm$

Das Photon ist also etwa ein zwanzigstel Millimeter lang.

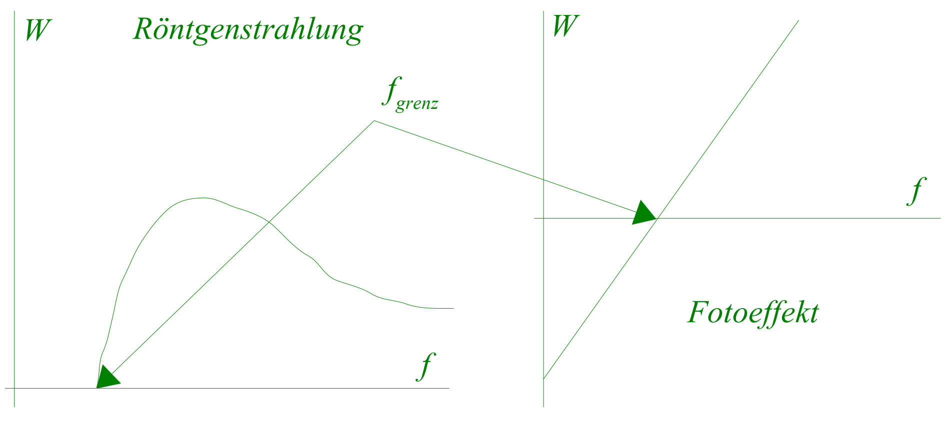
---

4 Bei den zwei im Unterricht durchgeführten Versuchen zur h-Bestimmung mit Röntgenstrahlen und mit Fotoeffekt gab es jeweils eine Grenzfrequenz.

a) Beschreiben Sie, was man darunter jeweils versteht.

Röntgenstrahlung: Das Röntgenspektrum enthält Licht vieler Wellenlängen, bricht aber zum kurzwelligen Bereich (hohe Frequenz) hin ab bei einer Frequenz, die zu Photonen gehört, die dadurch entstehen, dass die gesamte Energie W_e *der beschleunigten Elektronen in ein Photon umgewandelt wird:* $W_e = e \cdot U_B = h \cdot f_{grenz}$.

Fotoeffekt: Die auf die Metallplatte einfallenden Photonen lösen dort Elektronen aus, müssen aber so viel Energie haben, dass sie auch die Auslösearbeit aufbringen können. Photonen mit der Grenzfrequenz haben so viel Energie, dass sie soeben das Elektron aud dem Metall herauslösen können, das dann aber keine kinetische Energie mitbekommt:
Allgemein: $W_{kin} = h \cdot f - W_A$ *Bei Grenzfrequenz:* $0 = h \cdot f_{grenz} - W_A \Rightarrow W_A = h \cdot f_{grenz}$.



b) Zeichnen Sie für beide Versuche jeweils eine charakteristische Kurve in ein f-W-Diagramm (waagrecht Frequenz f, senkrecht Energie W), kennzeichnen Sie den Ableseort der Grenzfrequenz und beschreiben Sie in Worten unter Einbeziehung der benutzten Formeln, wie man h aus den Versuchen bestimmt.

Zeichnung auf der vorhergehenden Seite.

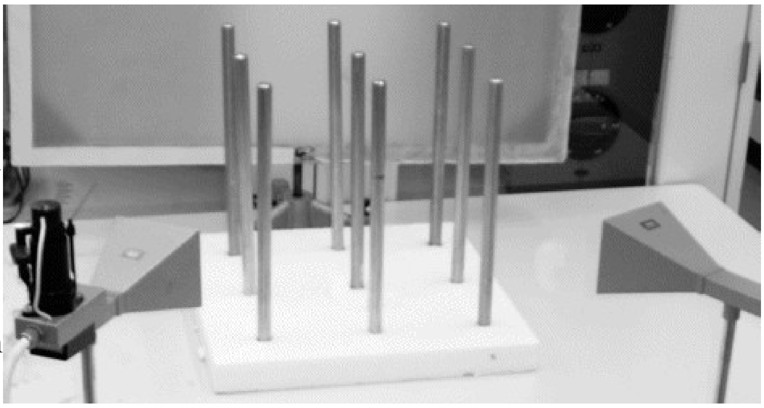
Röntgenstrahlen: Man misst die Beschleunigungsenergie der Elektronen und liest aus dem Diagramm den Wert für die Grenzfrequenz ab. Dann wird nach der Formel $W_e = e \cdot U_B = h \cdot f_{grenz}$ *auf Seite 3 der h-Wert berechnet:* $h = \frac{e \cdot U_B}{f_{grenz}}$.

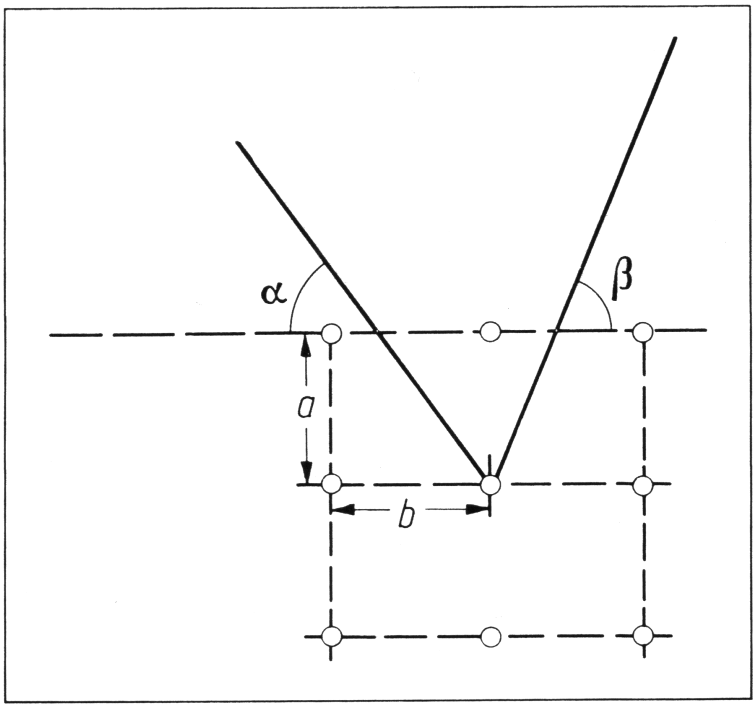
Fotoeffekt: Mit verschiedenfarbigem Licht misst man in Abhängigkeit von der Frequenz die Energie der frei werdenden Elektronen. Die Steigung der Gerade im f-W-Diagramms ergibt den Wert h:

$$W_{kin,i} = h \cdot f_i - W_A \ ; \ W_i = e \cdot U_i \ \Rightarrow \ \Delta W = W_{kin,2} - W_{kin,1} = h \cdot f_2 - h \cdot f_1 = h \cdot \Delta f \ \Rightarrow \ h = \frac{\Delta W}{\Delta f} = \frac{e \cdot \Delta U}{\Delta f}$$

---

5 Ein cm-Wellen-Sender sendet Wellen auf ein Gebilde aus 9 Stäben der Länge 12 cm (siehe Bild oben, unten das Steckbrett für die Stäbe von oben betrachtet). Für die Abstände a und b gilt: $a = b = 3{,}2\,cm$.
Sender und Empfänger sind auf den mittleren Stab ausgerichtet.



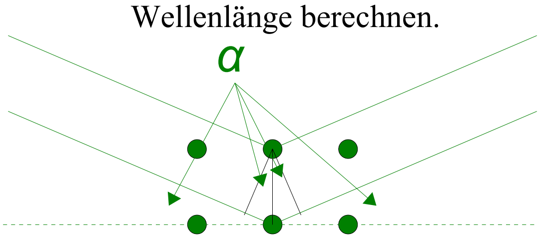


Versuch1: Der Einfallswinkel $\alpha = 30°$ bleibt fest, unter dem Winkel β wird die Empfangsintensität gemessen.

Versuch 2: Nun gilt $\alpha = \beta$. Wieder wird bei verschiedenen Winkeln die Empfangsintensität gemessen.

Die Messwerte finden Sie in Tabellen auf der nächsten Seite.

a) Werten Sie Versuch 1 aus, indem Sie eine Formel zur Bestimmung der Wellenlänge herleiten und damit die Wellenlänge berechnen.



Wie die Messkurve zum 1. Versuch zeigt, werden die Wellen hauptsächlich unter einem Winkel reflektiert, der dem Einfallswinkel entspricht. Man geht deshalb davon aus, dass der Einfallswinkel immer gleich dem Ausfallswinkel ist. Die reflektierten Wellen interferieren konstruktiv, wenn die Differenz der Wege ein Vielfaches von λ beträgt. Beträgt der Abstand der Atomebenen a, so gilt für den zusätzlichen Weg Δs auf der linken und auf der rechten Seite: $\sin\alpha = \frac{\Delta s}{a}$.

Also gilt im oben gezeichneten Fall: $\lambda = 2 \cdot \Delta s = 2 \cdot a \cdot \sin\alpha$.

Reflexionswinkel ist 30° (siehe Graph unter der Wertetabelle).

Mit a=3,2 cm (siehe oben) gilt: $\lambda = 2 \cdot 3{,}2 \cdot \sin 30° \, cm = 2 \cdot 3{,}2 \cdot 0{,}5 \, cm = 3{,}2 \, cm$

b) Erklären Sie das Zustandekommen der Messkurve des 2. Versuchs.

Die Stangen wirken wie ein Gitter, man erkennt in der Graphik zum 2. Versuch die Nebenmaxima 1. und 2. Ordnung. Es gilt $n \cdot \lambda = 2 \cdot \Delta s = 2 \cdot a \cdot \sin\alpha$.

Anmerkung: Leider habe ich die Messreihe zum Versuch 2 zu unkritisch aus einer Aufgabensammlung übernommen. Wenn man das 1. Nebenmaximum bei 30° sieht, muss das 2. Nebemaximum unter 90° zu sehen sein.
Der Autor der Aufgabe hat so gerechnet, als wenn der Sinus vom doppelten Winkel auch den doppelten Wert hätte. Das ist aber falsch.
Dieser Aufgabenteil wird aus der Wertung genommen.

c) Erklären Sie, was sich an den Versuchsergebnissen des Versuchs 2 ändern würde, wenn

- a verdoppelt wird,
- a halbiert wird,
- b verdoppelt wird,
- b halbiert wird.

- *a wird verdoppelt: Da λ gleich bleibt, muss sich der Wert von sin α halbieren. Statt 30° würde man also 14,5° messen.*
- *a wird halbiert: Da λ gleich bleibt, muss sich der Wert von sin α verdoppeln. Statt 30° würde man also 90° messen (soweit das dann noch möglich wäre).*
- *Da b in der Formel für die Bragg-Reflexion nicht vorkommt, wird sich bei Verdoppelung oder Halbierung von b am Ergebnis nichts ändern.*

d) Das Brett mit den Stäben wird so um 45° gedreht, dass die Stäbe weiterhin senkrecht stehen, das aus den Stäben gebildete Quadrat aber mit einer Ecke nach vorne zeigt. Erläutern Sie, welche Auswirkung das auf das Versuchsergebnis hat.

Der Netzebenenabstand hat sich nun geändert. Statt des Abstandes a hat man nun den Abstand $a \cdot \sqrt{2}$*. Wenn λ gleich bleibt, muss sich also sin α um den Faktor* $\frac{1}{\sqrt{2}}$ *verkleinern.*

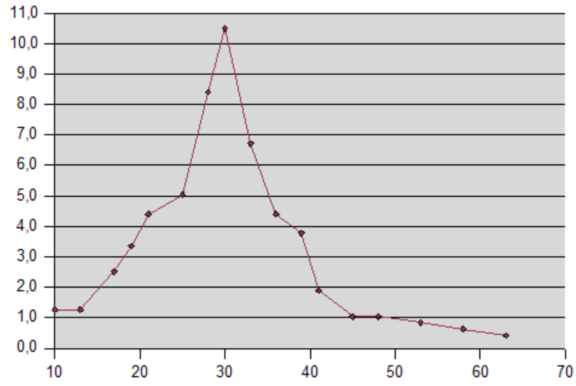
Es gilt: $\lambda = 2 \cdot a \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\alpha \;\Rightarrow\; 3{,}2 \, cm = 2 \cdot 3{,}2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\alpha \, cm \;\Rightarrow\; \sin\alpha = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} \;\Rightarrow\; \alpha = 20{,}7°$

e) Beschreiben Sie, wie der Versuch ausgeht, wenn die gesamte Anordnung der Stäbe so um 90° gedreht wird, dass die Stäbe waagrecht liegen.

Da die Welle polarisiert ist, können in dieser Lage an den Stangen keine Elementarwellen erzeugt werden und es findet keine Reflexion statt, d. h. die gemessene Intensität ist nahezu 0.

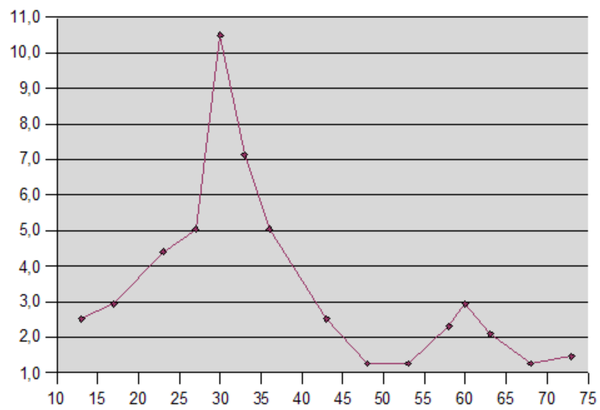
Messwerte zum Versuch 1: $\alpha = 30°$

β in Grad	10	13	17	19	21	25	28	30	33	36	39	41	45	48	53	58	63
Intensität	1,3	1,3	2,5	3,4	4,4	5,0	8,4	10,5	6,7	4,4	3,8	1,9	1,1	1,1	0,8	0,6	0,4



Messwerte zum Versuch 2:

α und β in Grad	13	17	23	27	30	33	36	43	48	53	58	60	63	68	73
Intensität	2,5	2,9	4,4	5,0	10,5	7,1	5,0	2,5	1,3	1,3	2,3	2,9	2,1	1,3	1,5



Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!