31.01.2003 Klassenarbeit 3 Klasse 7l Mathematik

Lösung

Im Sommer findet ein Schulfest statt. Viele Klassen bauen Buden auf und es gibt zahlreiche Spiel- und Gewinnmöglichkeiten. Ulla und Jan gehen an den Buden vorbei und wollen ihre Kenntnisse in Wahrscheinlichkeitsrechnung anwenden.

---

1 Zunächst untersuchen sie, ob es sich bei folgenden Spielen um Zufallsversuche handelt, bei denen nur der Zufall das Ergebnis bestimmt. Es sind das

a) Eierlauf: 4 Personen müssen jeder ein Ei auf einem Löffel 20m weit tragen. Wer als Erster ankommt ohne dass das Ei heruntergefallen ist hat gewonnen.

Kein Zufallsversuch, da es wesentlich auf die Geschicklichkeit der Läufer ankommt.

b) Auf einem Glücksrad sind 3 Felder aufgemalt. Man wettet auf eines dieser Felder. Falls dieses beim Drehen ausgewählt wird, erhält man einen Gewinn.

Dieses ist ein Zufallsversuch, da man das Stehenbleiben des Glücksrades nicht beeinflussen kann (bzw. es nicht können sollte).

c) Auf einem Tisch stehen viele Glasschälchen. Mit einem Tischtennisball wirft man so, dass der Ball möglichst in einem Schälchen liegen bleibt. Dann erhält man dieses Schälchen als Gewinn.

Hier ist eine Antwort nicht möglich. Sicher kommt es auf die Geschicklichkeit des Werfers an, aber Tischtennisbälle prallen so leicht von Glas ab, dass ein Liegenbleiben in einem Schälchen praktisch nicht erzwungen werden kann.

Gib mit Begründung an, ob bei a), b) und c) Zufallsversuche vorliegen oder ob man diese Frage eventuell nicht beantworten kann.

---

2 An der Bude der 9k muss man mit einem Hammer möglichst viele Nägel in 1 Minute in ein Stück Holz schlagen. Ulla und Jan zählen nicht die Nägel, sondern wie oft der Spieler den Nagel getroffen hat und wie oft er vorbei geschlagen hat.

Anton trifft 12 mal den Nagel und schlägt 8 mal vorbei,

Bianca trifft 14 mal den Nagel und schlägt insgesamt 20 mal zu.

Berechne die relative Häufigkeit, mit der Anton und Bianca den Nagel getroffen haben und berechne dann, wer von beiden besser im Treffen ist.

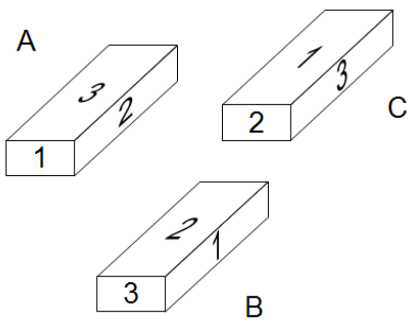
Da Anton 12 mal trifft und 8 mal daneben schlägt, hat er 20 Schläge ausgeführt. Die relative Häufigkeit für einen Treffer liegt bei ihm also bei 12/20=6/10=0,6.

Bianca trifft 14 mal bei insgesamt 20 Versuchen, also ist die relative Häufigkeit fürs Treffen bei ihr 14/20=7/10=0,7.

Bianca trifft also besser als Anton.

---

3 Die 7fc hat Würfel gebastelt, die so aussehen:
Die gegenüberliegenden Seiten tragen jeweils die selbe Zahl.
Für ein Spiel wählt man sich <u>einen</u> dieser Würfel aus und würfelt dann so oft damit, bis man genau 17 Punkte erreicht hat. Es kommt



nicht darauf an, wie oft man wirft, man muss nur genau 17 Punkte erreichen, sonst hat man verloren.
Ulla wählt sich Würfel A, Jan Würfel C.
Allgemein gilt für alle drei Würfel, dass die Zahl auf der größten Fläche wohl am häufigsten und die auf der kleinsten Fläche am wenigsten gewürfelt wird.
a) Wer von den Beiden wird wahrscheinlich gewinnen? Begründe Deine Antwort.
Bei Würfel A wird in der Mehrzahl der Versuche die 3 erscheinen. Falls nur 3en kommen, kann man die 17 nicht erreichen, weil 17 kein Vielfaches von 3 ist.
Mit dem Würfel C dagegen könnte man aus diesem Grund die 17 zwar erreichen, aber was ist, wenn eine andere Zahl kommt? Das ist nicht so schlimm, wenn man noch weit von der 17 entfernt ist. Denn dann kann man mit 1er-Schritten weiter auf die 17 loswürfeln.
Es wird also wohl Jan gewinnen, weil er den Würfel C gewählt hat.
b) Kann man auch mit Würfel B gewinnen? Was spricht für diesen Würfel, was dagegen?
Dagegen spricht, dass 17 kein Vielfaches von 2 ist. Es müsste aber nur einmal eine andere Zahl kommen. Dann wäre die Summe ungerade, und wenn dann nur 2en kommen, könnte man die 17 doch erreichen.

---

4 Die 8k hat eine Losbude aufgebaut. Jan hat herausgefunden, dass insgesamt 200 Lose gebastelt wurden, von denen 100 Nieten sind. Ulla hat heimlich die schon gezogenen Gewinnlose gezählt, die in einem Behälter gesammelt werden. Es waren 60 Stück.
Auf die Frage, wie viel Lose noch zu kaufen seien, antwortet der Klassensprecher: 110.
Berechne, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, beim Kauf eines Loses nun eine Niete zu ziehen.
Es gibt 200 Lose und 100 Nieten. Daraus folgt, dass es auch 100 Gewinne gibt.
60 Gewinne sind schon gezogen worden, d.h. es sind noch 100-60=40 Gewinne zu ziehen.
Es gibt noch 110 Lose, d.h. weil es noch 40 Gewinne gibt, muss es 110-40=70 Nieten zu ziehen geben.
Die Wahrscheinlichkeit, eine Niete zu ziehen, ist also $70/110=7/11\approx 64\%$.

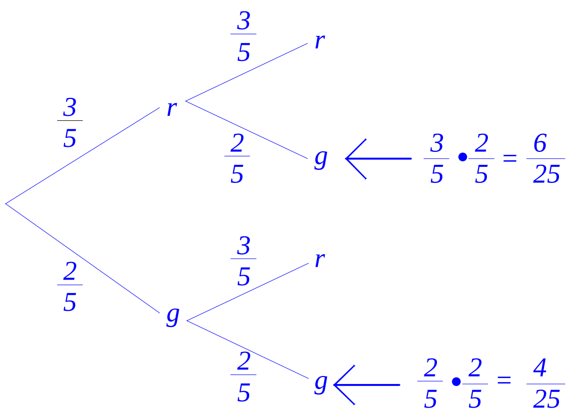
---

5 Am Nachbarstand muss man aus einem Skat-Kartenspiel (mit den „Symbolen“ Kreuz, Pik, Herz und Karo und den „Werten“ 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König, Ass) eine Karte nach der anderen ziehen. Jede Karte kostet 5 Cent. Wenn man 2 Karten des selben „Symbols“ gezogen hat, erhält man als Preis 15 Cent.
Berechne, wie viel Karten man höchstens ziehen muss, bis man den Gewinn bekommt.
Da es 4 verschiedene Symbole gibt, kann es im schlechtesten Fall passieren, dass man von jedem Symbol 1 Exemplar zieht. Dann aber hat man mit der nächsten Karte mindestens ein Symbol doppelt. Man muss also höchstens 5 Karten ziehen.

---

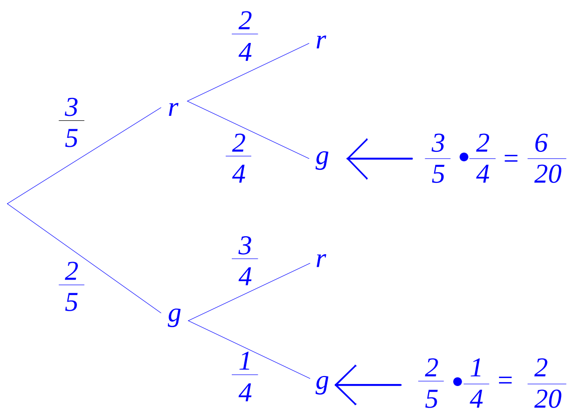
6 Am Stand der 10l gibt es einen Kasten, in dem 5 gleiche Kugeln liegen, 3 rote und 2 gelbe. Man zieht 2 Kugeln aus dem Kasten und gewinnt, wenn die zweite Kugel gelb ist.
Vor dem Ziehen darf man auswählen, ob man die erste gezogene Kugel wieder vor dem 2. Ziehen zurücklegen oder draußen lassen will. Ulla wählt das Ziehen <u>mit</u> Zurücklegen, Jan das Ziehen <u>ohne</u> Zurücklegen.
Zeichne für beide Fälle ein Pfaddiagramm und entscheide damit die Gewinnchancen für Ulla und Jan.

Ulla: Ziehen mit Zurücklegen:



Die Wahrscheinlichkeiten für die beiden Ausgänge mit der Eigenschaft „die zweite Kugel ist gelb“ sind 6/25 und 4/25.
Die Gesamtwahrscheinlichkeit ist deshalb 6/25+4/25=10/25=2/5

Jan: Ziehen ohne Zurücklegen:



Die Wahrscheinlichkeiten für die beiden Ausgänge mit der Eigenschaft „die zweite Kugel ist gelb“ sind 6/20 und 2/20.
Die Gesamtwahrscheinlichkeit ist deshalb 6/20+2/20=8/20=2/5

In beiden Fällen ist also die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn 2/5.
Beim Ziehen mit Zurücklegen ist zwar die Wahrscheinlichkeit für eine gelbe 2.Kugel geringer, wenn schon beim ersten Mal eine gelbe Kugel gezogen wurde, dafür ist die Wahrscheinlichkeit höher, wenn beim ersten Mal eine rote Kugel gezogen wurde. Das gleicht sich also in diesem Fall aus.

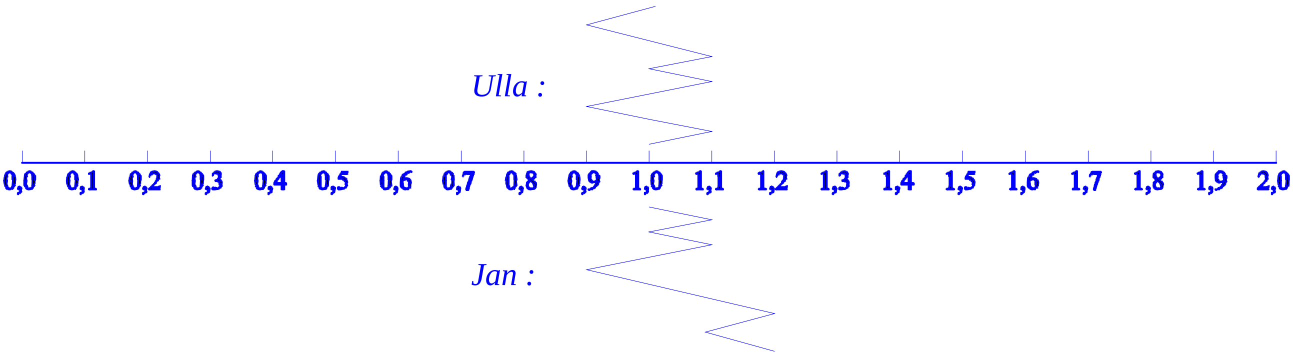
---

7 An der letzten Bude auf dem Platz wird Froschhüpfen gespielt, ein Spiel für 2 Personen. Es geht so: Auf einem 2m langen Maßband sitzen 2 Froschfiguren an der 1m-Markierung. Würfelt man eine gerade Zahl, so springt der Frosch um 10cm weiter, bei einer ungeraden Zahl springt er um 10cm zurück. Jeder darf 10 mal würfeln. Wessen Frosch dann am weitesten vom Anfangspunkt weg ist, hat gewonnen. Ulla und Jan spielen dieses Spiel.
Simuliere das Würfeln, indem Du folgende Zufallszahlen nimmst:
Für Ulla:
`6 1 3 2 7 2 9 8 3 2 5 5 7 4 4 3 1 0 0 2 9 4 0 5 1 9 5 4`
Für Jan:
`4 1 9 7 7 6 7 5 9 7 5 6 2 8 2 1 7 4 3 1 5 7 6 9 5 6 7 3`
Die Ziffern sollen die Würfelzahlen sein. Ziffern, die auf einem Würfel nicht vorkommen, werden nicht beachtet. Man nimmt dann einfach die nächste Ziffer.
Finde heraus, wer von beiden gewinnen wird, Ulla oder Jan. Gib dazu an, wie der Frosch sich bei jedem der Schritte bewegt und wie weit er zum Schluss von der 1m-Marke entfernt ist.

Angenommen, man würfelt mit einem 6-er-Würfel. Dann müssen in der Zufallszahlentabelle alle Ziffern 0, 7, 8, 9 gestrichen werden.
Für Ulla:
6 1 3 2 ~~7~~ 2 ~~9~~ ~~8~~ 3 2 5 5 ~~7~~ 4 4 3 1 ~~0~~ ~~0~~ 2 ~~9~~ 4 ~~0~~ 5 1 ~~9~~ 5 4
Für Jan:
4 1 ~~9~~ ~~7~~ ~~7~~ 6 ~~7~~ 5 ~~9~~ ~~7~~ 5 6 2 ~~8~~ 2 1 ~~7~~ 4 3 1 5 ~~7~~ 6 ~~9~~ 5 6 ~~7~~ 3

Da nur 10 mal gewürfelt wird, werden die ersten 10 jetzt noch gültigen Ziffern jeder Reihe für

die Simulation verwendet (grün umrandet).
Ulla hat bei ihren Zahlen 5 gerade Zahlen und 5 ungerade Zahlen. Ihr Frosch steht also zum Schluss wieder auf der 1,0m-Marke.
Jan hat 6 gerade und 4 ungerade Zahlen in seiner Reihe. Deshalb zieht sein Frosch 2-mal mehr nach rechts als nach links, d.h. der Frosch ist zum Schluss an der 1,2m-Marke zu finden.
Da Jans Frosch weiter vom Anfangspunkt entfernt ist, hat Jan gewonnen.



Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben !!!