

Name: \_\_\_\_\_ Rohpunkte : \_\_\_\_\_ /



Bewertung : \_\_\_\_\_

„berechne algebraisch“ bedeutet: Berechne ohne Hilfe des Taschenrechners. Für Strich- und Punktrechnung, Potenzieren und Wurzelziehen darf der Taschenrechner aber benutzt werden.

- 1 Die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$  ist gegeben.
- 1.1 Gib an, wie viel Nullstellen maximal vorhanden sein können und berechne algebraisch die vorhandenen Nullstellen.
  - 1.2 Bestimme die Krümmung („links“ oder „rechts“) an der Stelle  $x=4$  und begründe diese Angabe durch algebraische Rechnung.
  - 1.3 Gib die Intervalle an, in denen der Funktionsgraph monoton steigt und die Intervalle, in denen der Funktionsgraph monoton fällt und begründe die Antwort durch algebraische Rechnung.
  - 1.4 Begründe durch algebraische Rechnung oder durch logische Schlussfolgerung, dass der Funktionsgraph punktsymmetrisch zum Punkt  $(1/1)$  ist.  
Hilfe:  $(-a+b)^3 = -a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3$

- 2 Berechne algebraisch mit Hilfe der Polynomdivision alle Nullstellen der Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 19x + 20$ . „Rate“ zunächst die Nullstelle  $x=1$ .

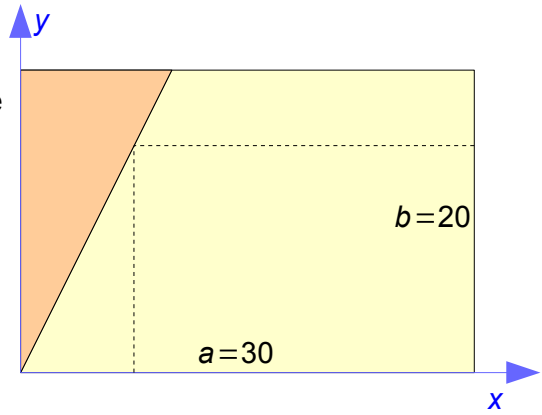
- 3 Skizziere jeweils einen möglichen Graphen einer Funktion mit folgenden Eigenschaften und gib den kleinstmöglichen Grad der jeweiligen Funktion an  
oder  
begründe, warum eine Funktion mit den angegebenen Eigenschaften nicht existieren kann.  
Achtung: Die Anzahl der angegebenen besonderen Stellen muss genau eingehalten werden. Nicht aufgeführte Eigenschaften dürfen auch nicht vorhanden sein.
- 3.1 2 Hochpunkte, 1 Tiefpunkt, 4 Wendepunkte, 4 Nullstellen
  - 3.2 2 Sattelpunkte, 1 Hochpunkt, 0 Nullstellen
  - 3.3 2 Wendepunkte, 1 Tiefpunkt, 3 Nullstellen
  - 3.4 1 Nullstelle, 2 Extremstellen, 3 Wendepunkte

Formeln:  $x^2 + p \cdot x + q = 0 \rightarrow x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

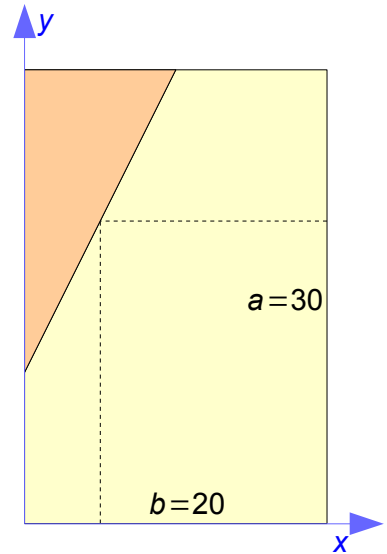
Achsensymmetrie:  $f(x) = f(-x)$  ;  $f(x) = -f(-x+2u)$

Punktsymmetrie:  $f(x) = -f(-x)$  ;  $f(x) = -f(-x+2u) + 2v$

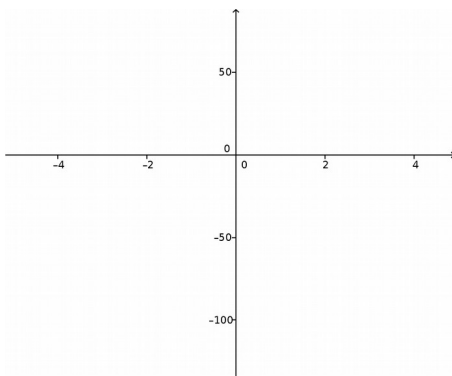
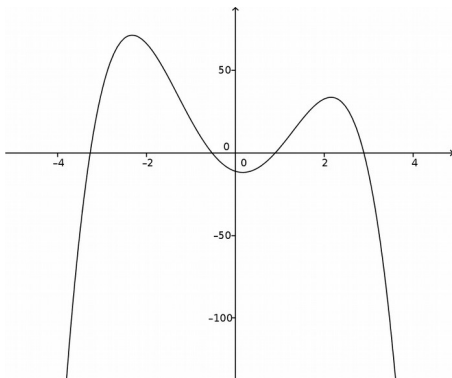
- 4 Von einem DIN-A4-Blatt (näherungsweise mit den Seitenlängen  $a=30$  und  $b=20$ ) soll ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten der Länge 20 und 10 abgeschnitten werden, sodass aus dem Rest noch ein Rechteck mit möglichst großem Flächeninhalt ausgeschnitten werden kann. Die Schnitte sollen so wie in der Skizze oben ausgeführt werden. Die gestrichelten Linien sind aber nicht unbedingt an der richtigen Stelle.



- 4.1 Berechne algebraisch den maximalen Flächeninhalt des gestrichelten Rechtecks. Hilfe: Im Koordinatensystem hat die schräge Begrenzungskante des Dreiecks die Gleichung  $y=2 \cdot x$ .
- 4.2 Könnte man den Flächeninhalt des Rechtecks größer erhalten, wenn man die Schnitte so wie in der unteren Skizze ausführt? Zeige (mit Begründung), dass für die schräge Begrenzungskante des Dreiecks jetzt die Gleichung  $y=2x+10$  gilt. Bestimme mit Begründung und Dokumentation (also auch unter Verwendung beliebiger Taschenrechnerfunktionen) für die untere Skizze den maximalen Flächeninhalt des gestrichelten Rechtecks.



- 5 Der Ableitungsgraph von  $f'(x)$  ist gegeben. Zeichne einen möglichen Graph für  $f(x)$ .



Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!