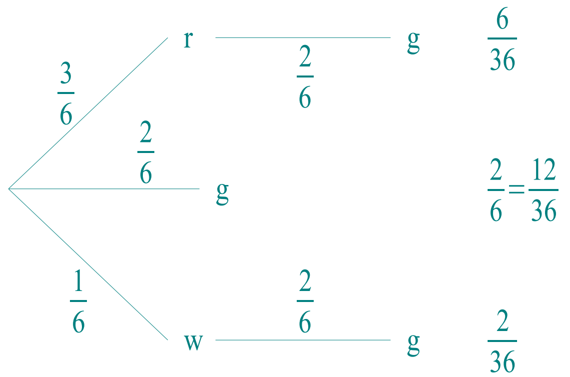
28.04.2004 Klassenarbeit 4 Klasse 8l Mathematik

Lösung

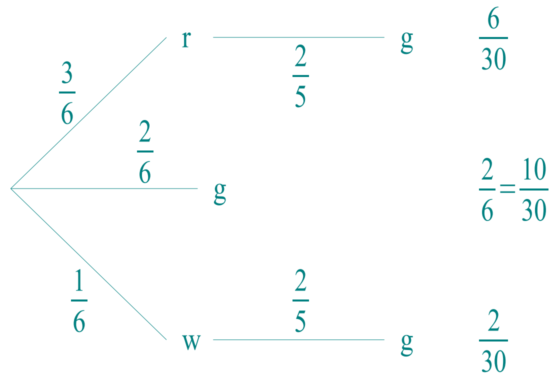
1 In einer Urne sind 3 rote, 2 gelbe und 1 weiße Kugel.

a) Man zieht 2 mal **mit** Zurücklegen.
b) Man zieht 2 mal **ohne** Zurücklegen.
Gesucht ist für beide Teilaufgaben die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei den gezogenen Kugeln mindestens eine gelbe Kugel dabei ist.
Zeichne zur Lösung einen Pfad, der nur die notwendigen Verzweigungen enthalten muss.

a)



b)



Die Gesamtwahrscheinlichkeiten ergeben sich aus der Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten:

a) $\frac{6}{36}+\frac{12}{36}+\frac{2}{36}=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}=\frac{25}{45}$ *b)* $\frac{6}{30}+\frac{10}{30}+\frac{2}{30}=\frac{18}{30}=\frac{3}{5}=\frac{27}{45}$

---

2 Anton, Berta und Claudia schießen auf eine Torwand. Anton trifft in 40% aller Fälle, Berta trifft 3 mal bei 5 Versuchen und Claudia trifft in 2 von 3 Fällen nicht.

$p(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}\ ;\ p(B)=\frac{3}{5}\ ;\ p(C)=\frac{1}{3}$

Jeder der drei hat genau einen Versuch.

a) Berechne, mit welcher Wahrscheinlichkeit alle drei das Tor treffen.

$p(alle\ drei)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{25}=\frac{8}{100}=8\%$

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Berta trifft, Anton und Claudia dagegen nicht treffen.

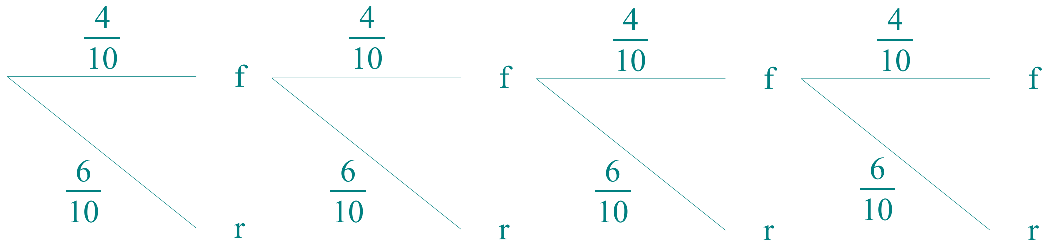
$p(B, aber\ A\ und\ C\ nicht)=\frac{3}{5}\cdot\frac{6}{10}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{1}=\frac{6}{25}=\frac{24}{100}=24\%$

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens einer von den Dreien trifft.

$p(mindestens\ einer\ trifft)=1-p(keiner\ trifft)=1-\frac{6}{10}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{3}=1-\frac{4}{25}=\frac{21}{25}=\frac{84}{100}=84\%$

3 Eine Getränkefirma lässt defekte (also unbrauchbare) Pfandflaschen durch eine Maschine erkennen und aussortieren. Da die Sortiermaschine nur mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{6}{10}$ eine defekte Flasche erkennt, lässt man die Flaschen nacheinander durch mehrere dieser Sortiermaschinen laufen.
Berechne, wie viele dieser Sortiermaschinen man gebraucht, damit unbrauchbare Flaschen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% erkannt werden.
Zeichne auch einen Pfad zu dieser Aufgabe.

Der Pfad muss so weit gezeichnet werden, bis die Summe der Wahrscheinlichkeiten größer als 0,9 ist: *r : unbrauchbare Flasche gefunden* *f : unbrauchbare Flasche nicht gefunden*



Wahrscheinlichkeiten: $\frac{6}{10}$ $\frac{24}{100}$ $\frac{96}{1000}$ $\frac{384}{10000}$

Summen: $\frac{6}{10}+\frac{24}{100}=\frac{60+24}{100}=\frac{84}{100}=0{,}84$ *zu wenig*

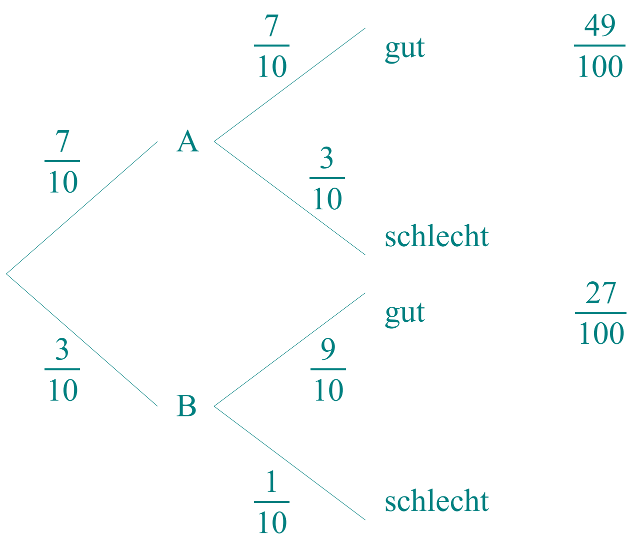
$\frac{6}{10}+\frac{24}{100}+\frac{96}{1000}=\frac{600+240+96}{1000}=\frac{936}{1000}=0{,}936$ *zu viel*

Erst mit 3 Maschinen erkennt man mit über 90% Wahrscheinlichkeit die unbrauchbare Flasche.

---

4 Elena hat in ihrem Garten 2 Kirschbäume. Baum A liefert 70%, Baum B den Rest der gesamten Kirschen.
30% der Kirschen von Baum A sind aufgeplatzt, von Baum B aber nur 10% der Kirschen.
a) Berechne, wie viel Prozent aller Kirschen nicht aufgeplatzt sind. Zeichne auch ein Pfaddiagramm.

Im Pfad wird zuerst dargestellt, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine Kirsche vom Baum A oder vom Baum B kommt. Die zweite Verzweigung zeigt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit diese Kirsche dann aufgeplatzt oder nicht aufgeplatzt ist.



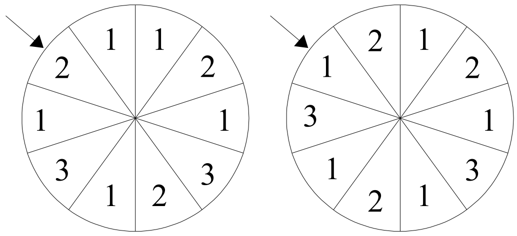
Die Wahrscheinlichkeit, dass die Kirschen nicht aufgeplatzt sind, beträgt also
$\frac{49}{100}+\frac{27}{100}=\frac{76}{100}=76\,\%$

b) Ein Schälchen nicht aufgeplatzter Kirschen kann man für 1 € verkaufen, für ein Schälchen mit aufgeplatzten Kirschen erhält man nur 20 Cent.
100 Schälchen können insgesamt verkauft werden.
Berechne die gesamte Einnahme.

Da 100 Schälchen verkauft werden,stimmen die Prozentzahlen und die Anzahl der Schälchen überein.
Die Einnahmen berechne sich also folgendermaßen:
$76 \cdot 1€ + 24 \cdot 0{,}2€ = 76€ + 4{,}80€ = 80{,}80€$

---

5 Bei den nebenstehenden Glücksrädern sind die Zahlen ausgewählt, auf die die beiden Pfeile zeigen.
Wenn zwei gleiche Zahlen erscheinen, erhält man den Wert dieser Zahlen als Gewinn in Euro.
Man erhält so z.B. bei zwei mal 3 einen Gewinn von 3 €.
Erscheinen keine gleichen Zahlen, gewinnt man nichts.



Um spielen zu dürfen, muss man 60 Cent als Einsatz bezahlen.
a) Berechne, wie viel man bei einem Spiel im Durchschnitt als Gewinn erwarten kann.

Tabelle zur Berechnung des Erwartungswertes:

Ereignis	***Gewinn k***	***Wahrscheinlichkeit p***	***k · p***
1 1	1	$\frac{5}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{25}{100}$	$\frac{25}{100}$
2 2	2	$\frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$	$\frac{18}{100}$
3 3	3	$\frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{4}{100}$	$\frac{12}{100}$
sonst	0	$\frac{62}{100}$	0
		Erwartungswert:	$\frac{55}{100}$

Pro Spiel kann man also mit 55 Cent Gewinn rechnen.
Bei 60 Cent Einsatz macht man also bei jedem Spiel im Schnitt 5 Cent Verlust.

b) Berechne, wie hoch der Einsatz sein muss, damit das Spiel fair ist, d.h. dass weder der Spieler noch der Spielleiter Verlust machen.

Damit das Spiel fair ist, müsste z.B. der Einsatz nur 55 Cent betragen (=Erwartungswert).

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben !