

Thema: Freie Elektronen im elektrischen und magnetischen Feld

Versuch: Die aus einer Glühwendel austretenden Elektronen durchlaufen in Richtung der elektrischen Feldlinien einen geladenen Kondensator von Platte zu Platte und treten dann senkrecht zu den magnetischen Feldlinien in ein homogenes Magnetfeld ein. Die Elektronen bewegen sich dort auf einer Kreisbahn. Die Röhre ist unter sehr geringem Druck mit einem fluoreszierenden Gas gefüllt.

Im ersten Teilversuch wird bei konstanter Kondensatorspannung U die magnetische Flussdichte B variiert. Bei verschiedenen Radien der Elektronenbahn wird jeweils die magnetische Flussdichte bestimmt.

Im zweiten Teilversuch wird bei konstanter magnetischer Flussdichte B die Kondensatorspannung U variiert. Bei verschiedenen Radien der Elektronenbahn wird jeweils die Kondensatorspannung bestimmt.

- 1 Werten Sie den ersten Teilversuch qualitativ aus, indem Sie die Wirkungsweise von Kondensator und Spulen beschreiben. Gehen Sie besonders darauf ein, wie die Kreisbahn der Elektronen zustande kommt.

Kondensator: Die Elektronen werden entlang der elektrischen Feldlinien beschleunigt. Dabei wird die von der Spannung erzeugte potentielle Energie in kinetische Energie der Elektronen umgewandelt.

Spulen: Da die Elektronenbahn senkrecht zu den magnetischen Feldlinien verläuft, werden die Elektronen durch die Lorentzkraft so abgelenkt, dass sie immer senkrecht zu den magnetischen Feldlinien bleiben. Es wirkt also eine konstante Kraft senkrecht zur Bewegungsrichtung der Elektronen, wodurch die Elektronen auf eine Kreisbahn gezwungen werden.

- 2 Beantworten Sie mit ausführlicher Begründung die Frage, ob durch das Magnetfeld die kinetische Energie der Elektronen verringert, vergrößert oder nicht geändert wird.

Da die Kraft im Magnetfeld immer senkrecht zur Bewegungsrichtung der Elektronen gerichtet ist, gibt es keine Kraftkomponenten in Richtung oder gegen die Richtung der Elektronen. Der Betrag der Elektronengeschwindigkeit bleibt also gleich. Nur die Richtung ändert sich.

- 3 Den Quotienten $\frac{e}{m}$ (Elektronenladung dividiert durch Elektronenmasse) nennt man "spezifische Elektronenladung".

Leiten Sie für die spezifische Elektronenladung die Formel $\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U}{B^2 \cdot r^2}$ her, die die gegebenen und gemessenen Größen enthält.

Berechnen Sie mit dieser Formel den Wert für $\frac{e}{m}$. (Literaturwert: $\frac{e}{m} = 1,758796 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$)

Spannung ist definiert als Quotient aus Energie und Ladung: $U = \frac{W}{Q}$.

Durch Umstellen der Formel ergibt sich mit der Ladung e eines Elektrons $W_e = e \cdot U$.

Beim Beschleunigen der Elektronen im elektrischen Kondensatorfeld wird die potentielle Energie $W_e = e \cdot U$ der Elektronen in kinetische Energie $W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ umgewandelt. Nach Durchlaufen des

Kondensators beträgt also die kinetische Energie der Elektronen $W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U = W_e$.

Die im Magnetfeld wirkende Kraft, die Lorentzkraft $F_L = e \cdot v \cdot B$, ist die Zentripetalkraft $F_z = \frac{m \cdot v^2}{r}$,

die die Elektronen auf die Kreisbahn zwingt: $F_L = F_z \rightarrow e \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow v = \frac{e \cdot r \cdot B}{m}$

Eingesetzt in die Energiegleichung ergibt sich $e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{e^2 \cdot r^2 \cdot B^2}{m^2} = \frac{e^2 \cdot r^2 \cdot B^2}{2 \cdot m}$.

Auflösen nach $\frac{e}{m}$ liefert $\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U}{B^2 \cdot r^2}$, was zu zeigen war.

erster Teilversuch: U=150V

| | | | | |
|---|------------|------------|------------|------------|
| r (cm) | 2 | 3 | 4 | 5 |
| B (mT = 10 ⁻³ T) | 2,05 | 1,35 | 1,05 | 0,85 |
| $\frac{e}{m} \left(\frac{C}{kg} \right)$ | 1,7847E+11 | 1,8290E+11 | 1,7007E+11 | 1,6609E+11 |

Mittelwert: 1,7438E+11

- 4 Im zweiten Teilversuch zeigt sich, dass sich bei konstantem Magnetfeld der Radius der Elektronenbahn mit der Kondensatorspannung U ändert. Leiten Sie theoretisch eine Proportionalitätsgleichung her, die diese Abhängigkeit beschreibt und bestätigen Sie die Gültigkeit der hergeleiteten Gleichung mit Hilfe der angegebenen Messwerte.

Umstellen der Formel $\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U}{B^2 \cdot r^2}$ ergibt $r^2 \cdot \frac{e}{m} = U \cdot \frac{2}{B^2} \rightarrow r^2 \sim U \rightarrow \frac{r^2}{U} = const.$

zweiter Teilversuch: B unbekannt, aber konstant

| | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|
| r (cm) | 2 | 3 | 4 | 5 |
| U (V) | 50 | 110 | 190 | 300 |
| $\frac{r^2}{U} \left(\frac{cm^2}{V} \right)$ | 0,080 | 0,082 | 0,084 | 0,083 |

- 5 Die Kreisbahn der Elektronen könnte man (in Projektion) als Schwingung der Elektronen auffassen. Entwickeln Sie eine Formel für die Schwingungsdauer T in Abhängigkeit von der magnetischen Flussdichte B.

Für die Bahngeschwindigkeit einer Kreisbewegung gilt $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$.

Einsetzen in $v = \frac{e \cdot r \cdot B}{m}$ ergibt $\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} = \frac{e \cdot r \cdot B}{m} \rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{e \cdot B} \rightarrow T \sim \frac{1}{B}$.

Die Schwingungsdauer T ist also umgekehrt proportional zur Flussdichte B.

Messwerte:

erster Teilversuch: U=150V

| | | | | |
|-----------------------------|------|------|------|------|
| r (cm) | 2 | 3 | 4 | 5 |
| B (mT = 10 ⁻³ T) | 2,05 | 1,35 | 1,05 | 0,85 |

zweiter Teilversuch: B unbekannt, aber konstant

| | | | | |
|--------|----|-----|-----|-----|
| r (cm) | 2 | 3 | 4 | 5 |
| U (V) | 50 | 110 | 190 | 300 |