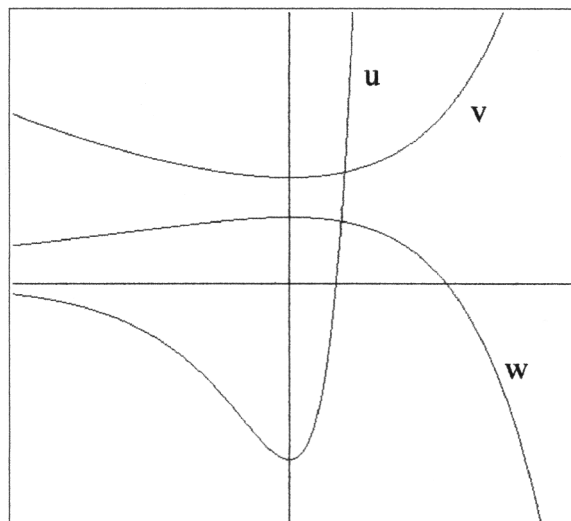


Thema: Analysis - Funktionsschar mit e-Funktion

Gegeben ist die Funktionsschar mit der Gleichung $f_a(x) = e^{a \cdot x} - a \cdot e^x$

- 1 Zeigen Sie, dass die Nullstellen der Kurven der Funktionsschar jeweils bei $x = \frac{\ln a}{a-1}$ liegen.
Untersuchen Sie, für welche a-Werte es Nullstellen gibt.
An den Grenzen der gefundenen Bereiche gibt es a-Werte, für die der Graph der Funktion jeweils eine besondere Eigenschaft hat.
Untersuchen Sie diese Graphen auf diese Eigenschaft hin.



- 2 In der Skizze sind die Graphen u, v und w für die drei a-Werte $-\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$ und 3 gezeichnet.

Ordnen Sie den drei Graphen diese Zahlenwerte mit Begründung zu.

- 3 Einige Graphen der Schar schließen mit der x-Achse im Bereich negativer x-Werte eine Fläche mit endlichem Inhalt ein.
Zeigen Sie, dass der Flächeninhalt der Fläche, die ein solcher Graph der Schar mit der x-Achse zwischen $-\infty$ und 0 einschließt, gleich $\frac{1}{a} - a$ ist.
Berechnen Sie, welche Beziehung zwischen a und b (mit $a \neq b$) bei den Funktionen f_a und f_b bestehen muss, damit diese Flächen gleich groß sind.

- 4 Berechnen Sie die Orte aller derjenigen Punkte, an denen die Kurven der Kurvenschar waagrechte Tangenten haben. Beachten Sie dabei auch Sonderfälle.