

Thema: Analysis - gebrochenrationale Funktion, Kurvenschar

Gegeben ist die Kurvenschar mit der Gleichung $f_a(x) = \frac{x^2 - a}{x + a}$ mit $a \in \mathbb{R}$.

- 1 Untersuchen Sie die Kurven auf folgende Eigenschaften: Definitionsbereich, Verhalten für betragsmäßig große x , Schnitte mit den Koordinatenachsen, Extrema.
Die Graphen lassen sich in verschiedene Gruppen einteilen, die jeweils Graphen mit ähnlichen Eigenschaften enthalten. Führen Sie auf Grund der erfolgten Rechnungen eine solche Einteilung in Abhängigkeit von a durch.
- 2 Zeigen Sie, dass fast alle Kurven zwei Punkte gemeinsam haben.
Berechnen Sie die Koordinaten dieser Punkte und nennen Sie die Ausnahmen.
- 3 Skizzieren Sie die Kurve für $a = -1$ im Bereich $-4 \leq x \leq +6$.
- 4 Der Graph mit $a = -1$ und die Gerade mit $y = -1$ schließen ein Flächenstück vollständig ein.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche.