

Hausaufgabe vom 02.10.2007

Zeigen Sie, dass der Funktionsgraph der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{x-3} - 2$$

punktsymmetrisch zum Punkt $(3|-2)$ ist.

Lösung:

Punktsymmetrie zum Punkt (u/v) liegt dann vor, wenn

$$f(x) = -f(-x+2u) + 2v.$$

Da hier $u=3$ und $v=-2$, gilt

$$f(x) = -f(-x+2 \cdot 3) + 2 \cdot (-2) \text{ oder}$$

$$f(x) = -f(-x+6) - 4$$

Schrittweise wird die rechte Seite erzeugt:

$$f(-x+6) = \frac{1}{-x+6-3} - 2 = \frac{1}{-x+3} - 2 = -\frac{1}{x-3} - 2$$

$$-f(-x+6) = -\left(-\frac{1}{x-3} - 2\right) = \frac{1}{x-3} + 2$$

$$-f(-x+6) - 4 = \frac{1}{x-3} + 2 - 4 = \frac{1}{x-3} - 2$$

Es gilt also $-f(-x+6) - 4 = f(x)$, also ist der Graph punktsymmetrisch zu $(3|-2)$.

