Hausaufgabe zum 2007-10-01

6d) $f(x)=\frac{1}{(x-1)^4(x-3)^5}$

Polstellen liegen bei x=1 und x=3 (Nenner wird zu 0).
Bei x=1 Pol ohne Vorzeichenwechsel (VZW), da die Hochzahl gerade ist.
Bei x=3 Pol mit VZW, da die Hochzahl ungerade ist.

7d) $f(x)=\frac{x^3+x}{x}=\frac{x\cdot(x^2+1)}{x}=x^2+1$

Hebbare Lücke bei x=0 (bei x=0 werden Zähler und Nenner gleichzeitig zu 0, die Terme, für die Zähler und Nenner 0 werden, lassen sich aber restlos wegkürzen).

8d) $f(x)=\frac{1}{x^2-10x+25}=\frac{1}{(x-5)^2}$

Doppelte Polstelle bei x=5, also kein VZW
Für $x\to\infty$ geht die Funktion gegen 0, also ist die x-Achse die Asymptote.
Zum Trost: Wer nicht sieht, dass man im Nenner die 2. Binomische Formel anwenden kann, kann auch die Lösung finden, indem er/sie den Nenner gleich 0 setzt und diese Gleichung mit der p-q-Formel löst: $x^2-10x+25=0 \Rightarrow x_{1,2}=5\pm\sqrt{25-25}=5$

9d) $\frac{2x^3+3x^2-5x+1}{x^2+x+2}=2x+1-\frac{10x+1}{x^2+x+2}$ $\rightarrow$ der globale Verlauf entspricht der Gerade $y=2x+1$

da: $(2x^3+3x^2-5x+1):(x^2+x+2)=2x+1-\frac{10x+1}{x^2+x+2}$

$2x^3+2x^2+4x$
----
x^2-9x+1
x^2+x+2

$-10x-1$

10d) $f(x)=\frac{x^2-4x+5}{x-2}$ Da der Grad des Zählers um 1 größer ist als der Grad des Nenners, existiert eine schräge Asymptote.

Polynomdivision: $(x^2-4x+5):(x-2)=x-2+\frac{1}{x-2}$ Die Asymptote hat also die Gleichung $y=x-2$

x^2-2x

$-2x+5$
$-2x+4$

1

Wo haben die Funktionswerte vom Funktionsgraph und von der Asymptote die Differenz 0,1?

$f(x)-y=\frac{x^2-4x+5}{x-2}-(x-2)=\frac{x^2-4x+5}{x-2}-\frac{(x-2)^2}{x-2}=\frac{x^2-4x+5}{x-2}-\frac{x^2-4x+4}{x-2}=\frac{1}{x-2}\overset{!}{=}\frac{1}{10} \rightarrow x=12$

Man muss also einfach den bei der Asymptote wegfallenden Rest betrachten.
Ab x = 12 ist der Unterschied zwischen Funktionsgraph und Asymptote kleiner als 0,1.