Hausaufgabe vom 2007-10-05

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x)=x+\frac{2}{x\cdot(x-1)}=\frac{x\cdot x\cdot(x-1)}{x\cdot(x-1)}+\frac{2}{x\cdot(x-1)}=\frac{x^3-x^2+2}{x\cdot(x-1)}$

1. **Definitionsbereich**
   Wann wird der Nenner zu 0? $x\cdot(x-1)=0 \rightarrow x_1=0; x_2=1 \rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0;1\}$

2. **Polstellen**
   Polstellen können an den Stellen vorliegen, die im Definitionsbereich ausgeschlossen sind.
   Tatsächlich sind 2 Polstellen vorhanden: $x_1=0; x_2=1$

3. **Globalverhalten/Asymptoten**
   Polynomdivision: $(x^3-x^2+2):(x^2-x)=x+\frac{2}{x^2-x}$
   Für $x\rightarrow\pm\infty$ wird der Funktionsterm zur Gleichung $y=x$, d. h. global sieht der Funktionsgraph aus wie eine Ursprungsgerade mit der Steigung 1. Die Gerade $y=x$ ist die schräge Asymptote.

4. **Schnitte mit den Koordinatenachsen**
   y-Achse: $f(0)$ existiert nicht (siehe Definitionsbereich), d. h. es gibt keinen Schnitt mit der y-Achse.
   x-Achse: $f(x)=0 \rightarrow x^3-x^2+2=0$
   Da wir die Lösungsformel für Gleichungen 3. Grades nicht kennengelernt haben, könnten wir mit dem GTR eine Näherungslösung ermitteln.
   Man kann aber hier leicht eine Lösung raten: $x_1=-1$.
   Polynomdivision liefert $(x^3-x^2+2):(x+1)=x^2-2x+2$
   Nun muss also noch die Gleichung $x^2-2x+2=0$ gelöst werden.
   p-q-Formel: $x_{2,3}=1\pm\sqrt{1-2}=1\pm\sqrt{-1}$ Keine Lösung, da negative Zahl unter der Wurzel.
   Es gibt also nur eine einzige Nullstelle: $x=-1$.

5. **Graph**