

Übungsaufgaben zur Produktregel der Differentialrechnung

Hausaufgabe zum 2007-09-10

Aufgabe 1:

$$f(x) = x^3 \cdot (x^2 + 3x - 1) \Rightarrow f'(x) = 3x^2 \cdot (x^2 + 3x - 1) + x^3 \cdot (2x + 3) =$$

$$3x^4 + 9x^3 - 3x^2 + 2x^4 + 3x^3 = 5x^4 + 12x^3 - 3x^2$$

Aufgabe 2:

$$f(x) = x \cdot \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot \sqrt{x} + x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2} = \frac{3 \cdot \sqrt{x}}{2}$$

Aufgabe 3:

$$f(z) = (z + 2) \cdot \sin(z) \Rightarrow f'(z) = 1 \cdot \sin(z) + (z + 2) \cdot \cos(z) = \sin(z) + z \cdot \cos(z) + 2 \cdot \cos(z)$$

Aufgabe 4:

$$f(x) = x^2 \cdot (1 + 2x) \Rightarrow f'(x) = 2x \cdot (1 + 2x) + x^2 \cdot 2 = 2x + 4x^2 + 2x^2 = 6x^2 + 2x$$

Aufgabe 5:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x} = \sqrt{x} \cdot \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{x} + \sqrt{x} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{x} \cdot x} - \frac{1}{\sqrt{x} \cdot x} = \frac{1}{2\sqrt{x} \cdot x} - \frac{2}{2\sqrt{x} \cdot x} = -\frac{1}{2\sqrt{x} \cdot x}$$

Aufgabe 6:

$$g(x) = z \sqrt{x} (z^2 - x) \Rightarrow g'(x) = \frac{z}{2\sqrt{x}} \cdot (z^2 - x) + z \sqrt{x} \cdot (-1) = \frac{z^3}{2\sqrt{x}} - \frac{z \cdot \sqrt{x}}{2} - z \cdot \sqrt{x} = \frac{z^3}{2\sqrt{x}} - \frac{3z \cdot \sqrt{x}}{2}$$

Aufgabe 7:

$$f(x) = (a + x) \cdot \left(a + \frac{1}{x}\right) \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot \left(a + \frac{1}{x}\right) + (a + x) \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = a + \frac{1}{x} - \frac{a + x}{x^2}$$