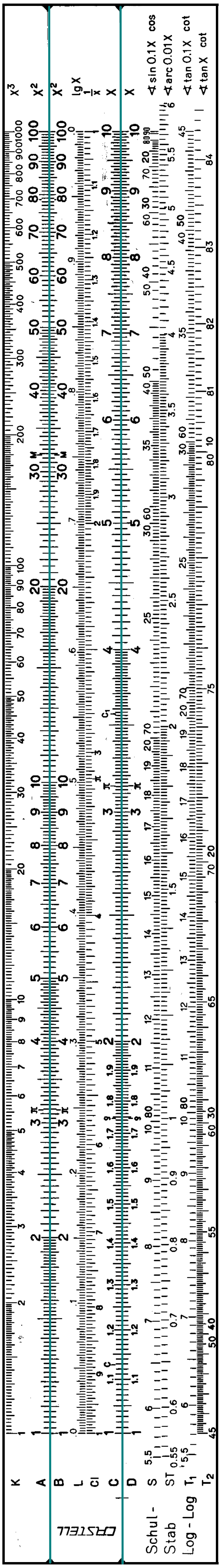


Das Rechnen mit dem Rechenstab

Da das Rechnen mit den Logarithmentafeln sehr zeitaufwändig ist, wurden die Tafeln in der 2.Hälfte des 20.Jahrhunderts durch den Rechenstab (s.links) ersetzt.

Die Erfindung des Rechenstabes wurde teilweise euphorisch gefeiert, man sah das Ende fast aller Rechenprobleme erreicht (der Mathelehrer empfahl den Eltern der Schüler den Rechenstab mit den Worten „Das ist eine Anschaffung fürs Leben!“), teilweise wurde aber auch die Einführung des Rechenstabes in der Schule verteufelt: „Wie sollen die Schüler denn da noch richtig interpolieren lernen!“. (Zum Interpolieren siehe den Artikel über die Logarithmentafeln)

Die Grundidee beim Rechenstab ist dieselbe wie bei der Logarithmentafel:

Man benutzt die Logarithmen-Rechenregeln, um addieren statt multiplizieren und subtrahieren statt dividieren zu müssen. Beim Rechenstab geschieht das Addieren und Subtrahieren einfach durch Streckenaddition bzw. -subtraktion.

Im folgenden Text sollen die wichtigsten Anwendungen des Rechenstabes gezeigt werden, ohne dass ein Anspruch auf Vollständigkeit der Möglichkeiten erhoben wird. Es werden jeweils der mathematische Hintergrund und ein oder mehrere Beispiele gezeigt.

Aufbau des Rechenstabes

Der Rechenstab besteht aus aus einem festen Grundkörper und einer verschiebbaren Zunge (zwischen den beiden blaugrünen Strecken).

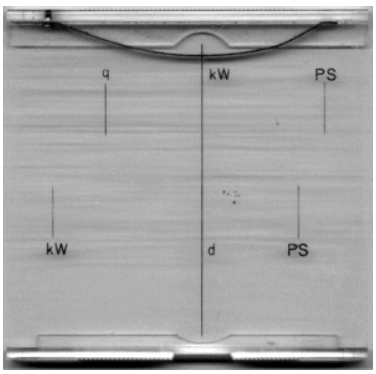
Die Achsen A und B bzw. C und D sind dabei identisch.

Die Skala L enthält das äquidistant unterteilte Intervall von 0 bis 1.

Zu dieser Skala L passend sind auf den Skalen C und D die Zahlen von 1 bis 10 jeweils genau an der Stelle aufgetragen, an der der Logarithmus zur Basis 10 dieser Zahlen auf der L-Skala steht, oder anders ausgedrückt:
Auf den Skalen C und D sind die 10-er-Logarithmen als Strecken aufgetragen.
lg 1=0 ganz links bei 0 auf der L-Skala, lg 5≈0,7 bei 0,7 auf der L-Skala und lg 10=1 ganz rechts bei 1,0 auf der L-Skala.

Die Skalen A und B enthalten die Logarithmen zur Basis 100 als Streckenlängen und auf der Skala K sind die Logarithmen zur Basis 1000 abgetragen.

Die Skala CI auf der Zunge enthält die Logarithmen zur Basis 10, allerdings von rechts nach links abgetragen.



Der Reiter (s.links) kann auf dem Rechenstab entlanggeschoben werden und erlaubt mit seinem langen Mittelstrich den genauen Abgleich zwischen den Skalen.

Außerdem enthält er einige Zusatzmarkierungen für häufig vorkommende Umrechnungen (siehe weiter unten).

Bei den folgenden Anwendungen gilt grundsätzlich: Der Rechenstab liefert nur ca. 3 führende Stellen des Ergebnisses, nicht jedoch die Zehnerpotenz. Die muss der Anwender selbst in einer Überschlagrechnung ermitteln.

Multiplizieren

Mathematik: Man berechnet das Produkt a·b=x durch

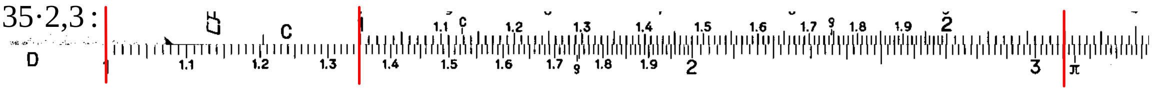
a) Logarithmieren: lg(a·b)=

b) Vereinfachen: lg(a)+lg(b)=c

c) Delogarithmieren: $x=10^c$

Rechenstab: Man addiert die Logarithmen der beiden Faktoren als Streckenaddition und liest dann bei der Streckensumme das Ergebnis ab:

Beispiel 1,35·2,3 :

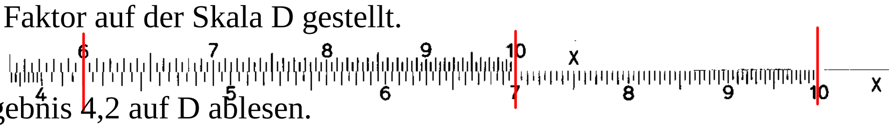


Man schiebt die 1 der Skala C über die 1,35 der Skala D. Unter der 2,3 der Skala C liest man auf Skala D das Ergebnis 3,1 ab.

Genau so kann man auch 13,5·230 berechnen:
Überschlag: 14·200=280, führende Stellen: 31, Ergebnis also 310.

Ist das Ergebnis nicht abzulesen, weil unter der 10 der Skala C keine Zahl bei D mehr steht, wird die 10 der Skala C über den ersten Faktor auf der Skala D gestellt.

Beispiel: 7·6 :



C-10 über D-7, bei C-6 das Ergebnis 4,2 auf D ablesen.
Überschlagsrechnung gibt das Ergebnis 42.

Dividieren

Mathematik: Man berechnet den Quotienten a/b=x durch

a) Logarithmieren: lg(a/b)=

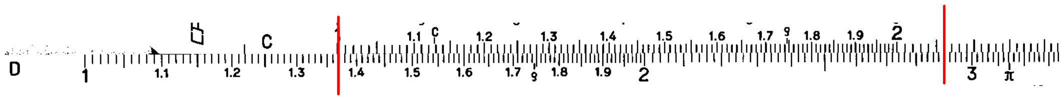
b) Vereinfachen: lg(a)-lg(b)=c

c) Delogarithmieren: $x=10^c$

Rechenstab: Man subtrahiert die Logarithmen als Strecken voneinander und liest dann bei 1 oder 10 auf der C-Skala das Ergebnis auf der D-Skala ab.

Beispiele:

29/2,12=13,68



42,5/55,4=0,767

Quadrieren und Quadratwurzel-Ziehen

Hier benutzte Rechengesetze: $\lg x^2 = 2 \cdot \lg x$ und $\lg \sqrt{x} = \lg x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \lg x$

Auf den Skalen A und B ist die jedem Logarithmus zugewiesene Länge nur halb so groß wie auf den Skalen C und D. Beispiel: Der Abstand zwischen den Zahlen 1 und 3 beträgt auf den Skalen A und B knapp 6cm, auf den Skalen C und D knapp 12cm.

Beim senkrechten Übergang (gut mit dem Reiter zu sehen) von den Skalen C und D zu den Skalen A und B liest man auf A und B also die Strecken für den doppelten Logarithmus ab wie auf den Skalen C und D.

Beispiele: Über der 2 (entspricht der Länge lg2) auf den Skalen C und D findet man auf den Skalen

A und B die 4 (entspricht der Länge $\lg 4 = \lg 2^2 = 2 \cdot \lg 2$),

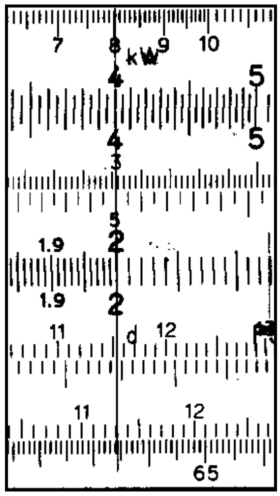
ebenso steht über der 5 (d.h. lg5) die 25 (d.h. $\lg 25 = \lg 5^2 = 2 \cdot \lg 5$),

also allgemein steht über der Zahl x auf den Skalen C und D die Zahl x^2 auf den Skalen A und B,

d.h. man quadriert eine Zahl, indem man von einer Zahl auf den Skalen C und D senkrecht auf die Skalen A und B übergeht.

Entsprechend geht man beim Quadrat-Wurzelziehen von den Skalen A und B auf die Skalen C und D über.

Beispiele: Senkrecht unter der Zahl 64 Auf den Skalen A und B steht die 8 auf den Skalen C und D.



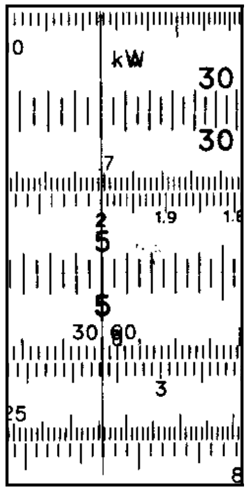
Potenzieren mit 3 und Kubik-Wurzelziehen

Hier benutzte Rechengesetze: $\lg x^3 = 3 \cdot \lg x$ und $\lg \sqrt[3]{x} = \lg x^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \lg x$

Auf der Skala K ist für jeden Logarithmus nur 1/3 so viel Platz wie auf den Skalen C und D.

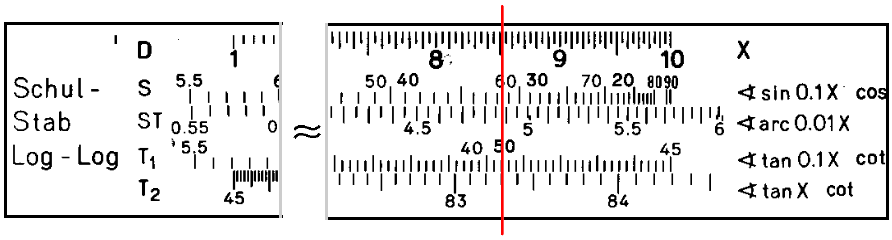
Aus demselben Grund, wie im oberen Abschnitt beschrieben, kann man so beim Übergang von den Skalen C und D zur Skala K mit 3 potenzieren und mit dem Übergang von Skala K zu den Skalen C und D die 3. Wurzel ziehen.

Beispiele: Über der 3 der D-Skala steht auf der K-Skala die 27. Unter der 125 auf der K-Skala steht auf der D-Skala die 5.



Werte trigonometrischer Funktionen

Vier Zusatzskalen S, ST, T_1 und T_2 am unteren Rand des Rechenstabes ermöglichen zusammen mit der D-Skala das Ablesen von sin-, cos-, tan-, cot-, arcsin-, arccos-, arctan- und arccot-Werten.



Die arc-Werte liest man auf der D-Skala ab, die anderen Werte auf den unteren Skalen, wobei die Zahlen für sin und tan von links nach rechts (in schwarz), die Zahlen für cos und cot von rechts nach links (in rot) abgetragen sind.

Beispiele für die aktuelle Auswahl (roter Strich):

sin 58,4° = cos 31,6° = 0,852	und damit	arcsin 0,852 = 58,4°	und	arccos 0,852 = 31,6°
sin 4,89° = 0,0852	und damit	arcsin 0,0852 = 4,89°		
tan 40,4° = cot 49,6° = 0,852	und damit	arctan 0,852 = 40,4°	und	arccot 0,852 = 49,6°
tan 83,3° = cot 6,7° = 8,52	und damit	arctan 8,52 = 83,3°	und	arccot 8,52 = 6,7°

Erstellen von Tabellen

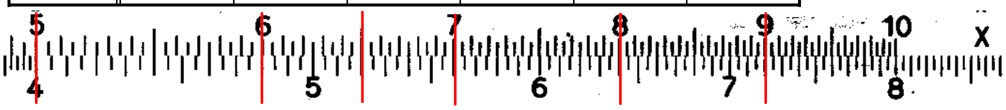
Sind Tabellen von proportionalen oder antiproportionalen Größen zu erstellen, geht das mit dem Rechenstab sehr einfach:

Sind zwei Größen x und y **proportional** (x~y), so gilt $y = c \cdot x$, wobei c eine Konstante ist.
Beim Erstellen der Tabelle erhält man also die y-Werte, indem man die Konstante c mit verschiedenen x-Werten multipliziert.

Diese fortgesetzte Multiplikation lässt sich wie unter „Multiplizieren“ gezeigt durchführen:
Über den c-Wert auf der Skala D wird die 1 oder die 10 der Skala C gezogen. Darauf kann man unter den x-Werten auf Skala C die y-Werte auf Skala D ablesen.

Beispiel:
$y = 8 \cdot x$

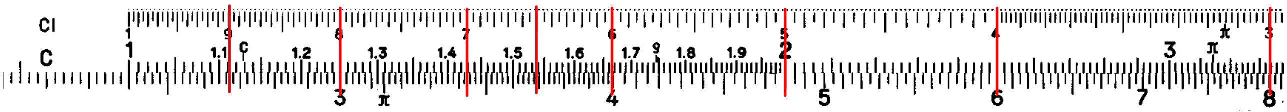
x	9	8	7	6	5	6,5
y	72	64	56	48	40	52



Sind zwei Größen x und y **antiproportional** (x~1/y), so gilt y = c/x, wobei c eine Konstante ist. Beim Erstellen der Tabelle erhält man also die y-Werte, indem man die Konstante c durch verschiedene x-Werten dividiert bzw. (hier besser) indem man die c-Werte mit dem Kehrwert der x-Werte multipliziert..
Diese fortgesetzte Multiplikation lässt sich wie unter „Multiplizieren“ gezeigt durchführen:
Über den c-Wert auf der Skala D wird die 1 oder die 10 der Skala CI gezogen. Darauf kann man unter den x-Werten auf Skala CI die y-Werte auf Skala D ablesen.

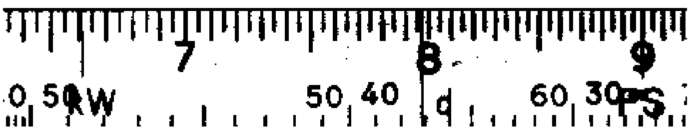
Beispiel:
$y = \frac{2{,}4}{x} = 2{,}4 \cdot \frac{1}{x}$

x	3	4	5	6	7	8	9	6,5
y	0,8	0,6	0,48	0,4	0,343	0,3	0,667	0,369



Die Multiplikation und Division wird auf dem Rechenstab durch Addieren bzw. Subtrahieren von Strecken realisiert. Da bei der Erzeugung von Tabellen proportionaler und antiproportionaler Größen immer mit derselben Zahl multipliziert bzw. durch dieselbe Zahl dividiert wird, muss also jeweils dieselbe Strecke addiert, bzw. subtrahiert werden. Für zwei Anwendungen ist eine solche Strecke auf dem Läufer eingraviert:

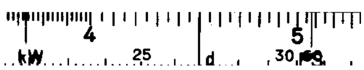
1. Umrechnung von PS in kW und kW in PS



Es gilt: 1 PS = 0,736 kW
Um von PS nach kW umzurechnen, muss also der PS-Wert mit 0,736 multipliziert werden. Dieser Faktor ist als Strecke des Logarithmus von 0,736 zwischen den Markierungen PS und kW auf dem Läufer festgelegt. Soll der Wert 90 PS in kW umgerechnet werden, zieht man also die PS-Marke auf die 9 der D-Skala und liest dann an der kW-Marke den Wert 66,2 auf der D-Skala ab. Ebenso erhält man durch Einstellen von kW-Werten auf der D-Skala die entsprechenden PS-Werte unter der PS-Markierung.

2. Berechnung des Flächeninhaltes A eines Kreises mit dem Durchmesser d

Es gilt: $A = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$. Ist d bekannt, muss dieser Wert zunächst quadriert werden und dann noch mit π/4 multipliziert werden.
Auf dem Rechenstab stellt man dazu d auf der D-Skala ein, geht senkrecht über zur A-Skala (Quadrieren s.o.) und multipliziert auf der A-Skala mit π/4 durch Abtragen der entsprechenden Strecke.



Da diese Strecke unanbhängig vom gewählten d ist, hat man sie auf dem Läufer eingraviert. Somit gibt d auf der D-Skala den Kreisflächeninhalt q auf der A-Skala und umgekehrt bei Einstellen vom Flächenwert bei q auf der A-Skala den Durchmesser d auf der D-Skala.