

## Überholvorgang (Gleichungssystem)



$$v_{PKW} = 100 \frac{km}{h} \quad v_{LKW} = 80 \frac{km}{h}$$

Ein PKW fährt mit 100 km/h auf einer schnurgeraden Landstraße und überholt einen LKW, der mit 80 km/h in dieselbe Richtung fährt.

Der PKW-Fahrer startet den Überholvorgang, wenn der Abstand 50 m zum LKW beträgt und schert wieder ein, wenn er 50 m vor dem LKW ist (siehe schematische Skizze oben).

Beide Fahrzeuge fahren mit konstanter Geschwindigkeit. Die Zeitmessung beginnt beim Start des Überholvorgangs.

Gefragt ist nach der Dauer des Überholvorgangs und nach der Strecke, die der PKW beim Überholvorgang zurück legt.

### Lösung

Die einzig benötigte Bewegungsgleichung ist  $s = v \cdot t$ .

Es gelten folgende 3 Gleichungen: 
$$\begin{cases} s_{PKW} = v_{PKW} \cdot t & (1) \\ s_{LKW} = v_{LKW} \cdot t & (2) \\ s_{PKW} - s_{LKW} = L & (3) \end{cases}$$

Die Zeiten  $t$  sind für beide Fahrzeuge gleich, weshalb auf den Index verzichtet wird.

Die Strecke  $L$  ergibt sich aus den oben angegebenen Strecken:  $50m + 12m + 50m + 3m = 115m = L$ .

Die Gleichungen (1) und (2) werden durcheinander dividiert und ergeben Gleichung (4):

$$\frac{s_{PKW}}{s_{LKW}} = \frac{v_{PKW} \cdot t}{v_{LKW} \cdot t} = \frac{v_{PKW}}{v_{LKW}} \rightarrow s_{PKW} \cdot v_{LKW} = s_{LKW} \cdot v_{PKW} \quad (4)$$

Die Gleichung (3) wird umgeformt zu Gleichung (5):

$$s_{PKW} - s_{LKW} = L \rightarrow s_{LKW} = s_{PKW} - L \quad (5)$$

Gleichung (5) wird eingesetzt in Gleichung (4):

$$\begin{aligned} s_{PKW} \cdot v_{LKW} &= (s_{PKW} - L) \cdot v_{PKW} = s_{PKW} \cdot v_{PKW} - L \cdot v_{PKW} \rightarrow L \cdot v_{PKW} = s_{PKW} \cdot v_{PKW} - s_{PKW} \cdot v_{LKW} \rightarrow \\ L \cdot v_{PKW} &= s_{PKW} \cdot (v_{PKW} - v_{LKW}) \rightarrow \mathbf{s_{PKW} = L \cdot \frac{v_{PKW}}{v_{PKW} - v_{LKW}}} \end{aligned}$$

Einsetzen der Werte:

$$s_{PKW} = 115m \cdot \frac{100 \frac{km}{h}}{100 \frac{km}{h} - 80 \frac{km}{h}} = 115m \cdot \frac{100}{20} = 115 \cdot 5m = 575m$$

Die Zeit wird mit Hilfe der Gleichung (1) berechnet:

$$s_{PKW} = v_{PKW} \cdot t \rightarrow t = \frac{s_{PKW}}{v_{PKW}} = \frac{575m}{100 \frac{km}{h}} = \frac{575m}{\frac{100m}{3,6s}} = \frac{575 \cdot 3,6}{100} m \cdot \frac{s}{m} = 20,7s$$

Der Überholvorgang dauert also 20,7 s und man benötigt 575 m Fahrstrecke. Falls man mit einem gleich schnellen entgegenkommenden PKW rechnet, muss eine freie Strecke von über 1 km vorhanden sein.