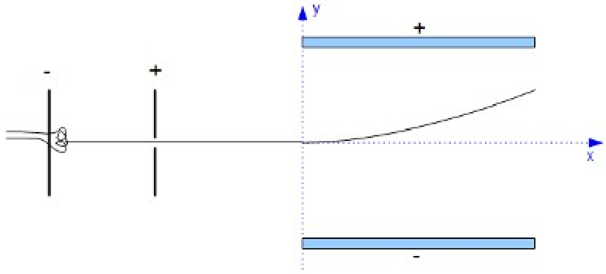
Ablenkung von Elektronen im homogenen Feld eines Plattenkondensators



Zwei Bereiche müssen untersucht werden:

- Beschleunigung der Elektronen (links zwischen der negativ und der positiv geladenen Elektrode)
- Ablenkung der Elektronen im Kondensatorfeld (rechts mit blau eingezeichnetem Koordinatensystem)

Beschleunigung der Elektronen:

Die Elektronen werden zwischen den Beschleunigungsplatten von der Geschwindigkeit 0 m/s auf eine Endgeschwindigkeit v_x beschleunigt, mit der sie dann in das rechte Kondensatorfeld eintreten.

Die Geschwindigkeit v_x lässt sich berechnen durch Gleichsetzen zweier Energieterme:

Die Elektronen erhalten einen Energiebetrag im elektrischen Feld, der sich durch die kinetische Energie der Elektronen und die Energie im elektrischen Feld darstellen lässt.

$$E_{Kin}=\frac{1}{2}\cdot m_e\cdot v_x^2$$

m_e ist die Masse eines Elektrons, v_x die Endgeschwindigkeit in x-Richtung

$$U_B=\frac{E_{E-Feld}}{Q}=\frac{E_{E-Feld}}{e} \rightarrow E_{E-Feld}=e\cdot U_B$$

U_B ist die Beschleunigungsspannung, die Ladung Q ist die Ladung e des Elektrons.

Gleichsetzen der Energieen und Umformung:

$$E_{Kin}=E_{E-Feld} \rightarrow \frac{1}{2}\cdot m_e\cdot v_x^2=e\cdot U_B \rightarrow v_x^2=\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m_e} \rightarrow v_x=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m_e}}$$

Ablenkung der Elektronen:

Bewegungsgleichung für die x-Richtung (geradlinig-gleichförmige Bewegung - v_x ist konstant):

$$x=v_x\cdot t$$

Bewegungsgleichung für die y-Richtung (gleichförmig beschleunigte Bewegung - a ist konstant):

$$y=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2$$

Die Zeit t interessiert nicht und wird aus diesen beiden Gleichungen entfernt:

$$x=v_x\cdot t \rightarrow t=\frac{x}{v_x} \rightarrow y=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot a\cdot\left(\frac{x}{v_x}\right)^2=\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{x^2}{v_x^2} \rightarrow y=\frac{a}{2\cdot v_x^2}\cdot x^2$$

Die Bahnkurve der Elektronen ist also eine Parabel ($y \sim x^2$).

Der Wert für a kann aus der Newtonschen Bewegungsgleichung $F=m\cdot a$ ermittelt werden, wobei benutzt wird, dass für die Kraft im elektrischen Feld $F=Q\cdot E$ gilt und dass im homogenen Feld eines Plattenkondensators $E=\frac{U}{d}$ gilt.

$$F=m_e\cdot a \rightarrow a=\frac{F}{m_e} \xrightarrow{F=Q\cdot E} a=\frac{e\cdot E}{m_e} \xrightarrow{E=\frac{U}{d}} a=\frac{e\cdot\frac{U_C}{d}}{m_e}=\frac{e\cdot U_C}{m_e\cdot d}$$

m_e ist die Masse eines Elektrons, U_C ist die an den Ablenkkondensator angelegte Spannung, d ist der Plattenabstand des Kondensators.

Einsetzen der Werte von v_x und a in die Gleichung:

$$y=\frac{a}{2\cdot v_x^2}\cdot x^2=\frac{\frac{e\cdot U_C}{m_e\cdot d}}{2\cdot\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m_e}}\cdot x^2=\frac{e\cdot U_C}{m_e\cdot d}\cdot\frac{m_e}{4\cdot e\cdot U_B}\cdot x^2=\frac{U_C}{4\cdot d\cdot U_B}\cdot x^2$$

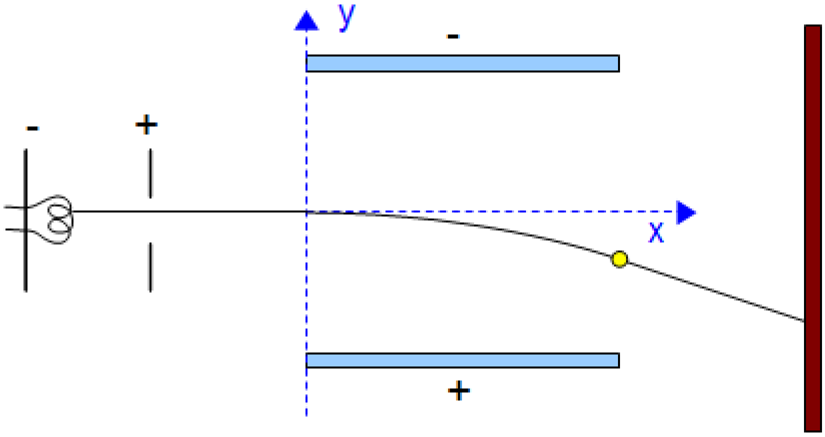
Diese Gleichung enthält nur Größen, die unmittelbar im Versuch gemessen werden können. Daraus lässt sich jeder Ort bestimmen, den die Elektronen passieren.

Wichtig sind in Formeln häufig besonders die Größen, die nicht vorhanden sind - hier z.B. die Elektronenladung und die Elektronenmasse.

Das bedeutet, dass die im Versuch beobachtete Bahnkurve genau so wäre, wenn nicht Elektronen, sondern geladene Teilchen anderer Ladung oder anderer Masse verwendet würden.

Wäre die Polarität anders, müssten die Beschleunigungs- und Kondensatorplatten lediglich umgepolt werden.

<u>Übungsaufgabe</u>



Gegeben sind folgende Größen:

- Beschleunigungsspannung U_B=1000V
- Länge des Ablenkkondensators k=30cm
- Abstand zwischen Ablenkkondensator und Bildschirm j=10cm
- Abstand der Platten des Ablenkkondensators d=10cm
- Spannung U_C am Ablenkkondensator U_C=400V

Einsetzen in die Ergebnisformeln der letzten Stunde:

$$y=-\frac{U_C}{4\cdot d\cdot U_B}\cdot x^2=-\frac{400\,V}{4\cdot 0{,}1\,m\cdot 1000\,V}\cdot x^2=\frac{-1}{m}\cdot x^2=\frac{-1}{m}\cdot(0{,}3\,m)^2=-0{,}09\,m=-9\,cm$$

(der gelbe Punkt ist also 9cm von der x-Achse entfernt und besitzt die Koordinaten (0,3m/-0,09m))

Es schließt sich ein Geradenstück an.

Geradengleichung y=m·x+b.

Zur Berechnung von b wird die Ableitung von y am Ort des gelben Punktes gebildet:

$$y'=-2\cdot\frac{U_C}{4\cdot d\cdot U_B}\cdot x=-2\cdot\frac{400}{4\cdot 0{,}1\cdot 1000}\cdot 0{,}3=-2\cdot 1\cdot 0{,}3=-0{,}6$$

Wir haben nun also schon die Geradengleichung $y=-0{,}6\cdot x+b$.

Einsetzen der Koordinaten (0,3m/-0,09m) des gelben Punktes:

$-0{,}09\,m=-0{,}6\cdot 0{,}3\,m+b \;\rightarrow\; -0{,}09\,m=-0{,}18\,m+b \;\rightarrow\; b=0{,}09\,m$

Einsetzen des x-Wertes (0,3+0,1)m=0,4m für den Ort des Bildschirms:

$y=-0{,}6\cdot x+0{,}09\,m=-0{,}6\cdot 0{,}4\,m+0{,}09\,m=-0{,}24\,m+0{,}09\,m=-0{,}15\,m=-15\,cm$

Der Bildschirm wird vom Elektronenstrahl also 15cm von der Mitte des Schirms entfernt getroffen.