

## Beispiel für das Bilden einer Ableitung mit Hilfe des Differenzenquotienten

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x - 4$$


---

1. Methode:  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{(x^3 - 2x^2 - 5x - 4) - (x_0^3 - 2x_0^2 - 5x_0 - 4)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^3 - 2x^2 - 5x - 4 - x_0^3 + 2x_0^2 + 5x_0 + 4}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^3 - x_0^3}{x - x_0} - 2 \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - x_0^2}{x - x_0} - 5 \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = 3x_0^2 - 2 \cdot 2x_0 - 5 \cdot 1 = 3x_0^2 - 4x_0 - 5$$

Nebenrechnungen:

$$\begin{aligned} (x^3 - x_0^3) : (x - x_0) &= x^2 + x \cdot x_0 + x_0^2 & \frac{x^2 - x_0^2}{x - x_0} &= \frac{(x - x_0) \cdot (x + x_0)}{x - x_0} = x + x_0 & \frac{x - x_0}{x - x_0} &= 1 \\ \frac{x^3 - x^2 \cdot x_0}{x^2 \cdot x_0 - x_0^3} & & & & & \\ \frac{x^2 \cdot x_0 - x \cdot x_0^2}{x \cdot x_0^2 - x_0^3} & & & & & \\ \frac{x \cdot x_0^2 - x_0^3}{0} & & & & & \end{aligned}$$


---

2. Methode:  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{((x_0 + h)^3 - 2 \cdot (x_0 + h)^2 - 5 \cdot (x_0 + h) - 4) - (x_0^3 - 2 \cdot x_0^2 - 5 \cdot x_0 - 4)}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{x_0^3 + 3x_0^2h + 3x_0h^2 + h^3 - 2x_0^2 - 4x_0h - 2h^2 - 5x_0 - 5h - 4 - x_0^3 + 2x_0^2 + 5x_0 + 4}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x_0^2h + 3x_0h^2 + h^3 - 4x_0h - 2h^2 - 5h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (3x_0^2 + 3x_0h + h^2 - 4x_0 - 2h - 5) = 3x_0^2 - 4x_0 - 5$$


---

### Ableitungs-Formeln

$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$  ;  $n \in \mathbb{R}$  , dazu folgende Spezialfälle:

$$f(x) = \frac{1}{x^n} \Rightarrow f'(x) = \frac{-n}{x^{n+1}}$$

$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$$

$$f(x) = c \Rightarrow f'(x) = 0 \quad ; \quad c \text{ ist Konstante}$$

$$f(x) = c \cdot u(x) \Rightarrow f'(x) = c \cdot u'(x)$$

$$f(x) = u(x) \pm v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) \pm v'(x)$$