Beispiele für das Ableiten mit Hilfe des Differenzenquotienten

Formeln: $f'(x)=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

Beispiel 1: Berechnen Sie die Ableitung von $f(x)=x^2-7$ an der Stelle $x_0=3$.

$$f'(3)=\lim_{x\to 3}\frac{(x^2-7)-(9-7)}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\cdot(x+3)}{x-3}=\lim_{x\to 3}(x+3)=3+3=6$$

$$f'(3)=\lim_{h\to 0}\frac{((3+h)^2-7)-(9-7)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(9+6h+h^2-7)-(9-7)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{6h+h^2}{h}=\lim_{h\to 0}(6+h)=6$$

Beispiel 2: Berechnen Sie die Ableitung von $f(x)=x^2+12$ an der Stelle $x_0=-4$.

$$f'(-4)=\lim_{x\to -4}\frac{(x^2+12)-(16+12)}{x-(-4)}=\lim_{x\to -4}\frac{x^2-16}{x+4}=\lim_{x\to -4}\frac{(x-4)\cdot(x+4)}{x+4}=\lim_{x\to -4}(x-4)=-4-4=-8$$

$$f'(-4)=\lim_{h\to 0}\frac{((-4+h)^2+12)-(16+12)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(16-8h+h^2+12)-(16+12)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-8h+h^2}{h}=\lim_{h\to 0}(-8+h)=-8$$

Beispiel 3: Berechnen Sie die Ableitung von $f(x)=x^2+a$ an der Stelle x_0 .

$$f'(x_0)=\lim_{x\to x_0}\frac{(x^2+a)-(x_0^2+a)}{x-x_0}=\lim_{x\to x_0}\frac{x^2-x_0^2}{x-x_0}=\lim_{x\to x_0}\frac{(x-x_0)\cdot(x+x_0)}{x-x_0}=\lim_{x\to x_0}(x+x_0)=2\cdot x_0$$

$$f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\frac{((x_0+h)^2+a)-(x_0^2+a)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(x_0^2+2x_0h+h^2)-x_0^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{2x_0h+h^2}{h}=\lim_{h\to 0}(2x_0+h)=2\cdot x_0$$