

Achtung: Rechnen Sie in der gesamten Arbeit mit $g=10\text{m/s}^2$

1 Ein Bus fährt mit konstanter Geschwindigkeit $v_B=10\text{m/s}$ an einer Baustelle vorbei. Ein Kran zieht gerade einen Betonklotz mit konstanter Geschwindigkeit $v_K=1\text{m/s}$ vom Erdboden aus senkrecht nach oben. Als der Klotz in 5m Höhe angekommen ist, reißt das Kranseil und der Klotz fällt hinunter.

a) Beschreiben Sie, wie ein Buspassagier vom Bezugssystem Bus aus die Bewegung des Betonklotzes sieht (mathematische Form des Weges, auf dem er sich bewegt).

Beim Hochheben liegt eine geradlinig gleichförmige Bewegung vor, beim Hinabfallen eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung. Die im ruhenden Bezugssystem senkrechte Bewegung des Klotzes wird vom geradlinig gleichförmig bewegten Bus aus so gesehen, als würde sich der Kran mit konstanter Geschwindigkeit seitwärts bewegen.

Die Aufwärtsbewegung sieht der Busfahrer als schräge Gerade, die Abwärtsbewegung als Parabel.

b) Berechnen Sie, wie viel Zeit vergeht vom Abheben des Betonklotzes vom Erdboden bis zum Wiederauftreffen auf dem Erdboden.

1. Aufwärtsbewegung: Bezugspunkt sei der Boden. Dann gilt die Bewegungsgleichung $s=v \cdot t$ mit $v_K=1\text{m/s}$ und $s=5\text{m}$. Aus der umgeformten Gleichung ergibt sich die Zeit:

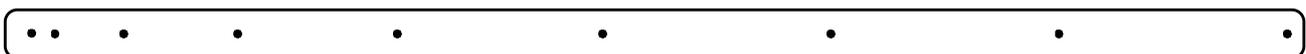
$$t = \frac{s}{v} = \frac{5\text{m}}{1\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5\text{s}$$

2. Abwärtsbewegung: Bezugspunkt sei der Ort, an dem das Fallen beginnt. Dann gilt die Bewegungsgleichung $s=1/2 \cdot g \cdot t^2$ mit $s=5\text{m}$. Aus der umgeformten Gleichung ergibt sich die Zeit:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5\text{m}}{10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{1\text{s}^2} = 1\text{s}$$

Die Gesamtzeit ergibt sich aus der Summe dieser beiden Zeiten, also $t_{\text{gesamt}}=5\text{s}+1\text{s}=6\text{s}$.

2 Die Bewegung eines Körpers wurde auf dem Messstreifen aufgezeichnet. Die Punkte wurden im Abstand $\Delta t=1/10\text{s}$ gesetzt. Der Punkt ganz links außen wurde zur Zeit $t=0\text{s}$ gezeichnet.



a) Werten Sie den Messstreifen aus und geben Sie mit Werten die Bewegungsgleichung $s=...$ für den ersten (linken) Teil der Bewegung an.

t/s	0	1/10	2/10	3/10	4/10	5/10	6/10	7/10	8/10
s/mm	0	3	12	27	48	75	105	135	165
$\Delta s/\text{mm}$		3	9	15	21	27	30	30	30
$2s/t^2=a$	-	600	600	600	600	600	583,3	551,0	515,6

Bis zum Zeitpunkt $5/10s$ steigen die Δs -Werte während der Zeitdifferenz von $1/10s$ immer um $6mm$ an, d.h. die Geschwindigkeit nimmt konstant zu, d.h. es liegt eine konstante Beschleunigung vor, d.h. der Quotient $2s/t^2$ muss konstant sein. Die 4. Zeile der Tabelle bestätigt das.

Die Bewegungsgleichung heißt für diesen Bereich also $s=1/2 \cdot a \cdot t^2=1/2 \cdot 600mm/s^2 \cdot t^2=0,3m/s^2 \cdot t^2$.

b) Geben Sie ebenso die Bewegungsgleichung für den 2. Teil (rechts) der Bewegung an.

Im Bereich größer als $0,5s$ wird bei jeder Zeitdifferenz von $1/10s$ der Weg um denselben Wert ($30mm$) größer, d.h. die Geschwindigkeit ist konstant, d.h. es gilt folgende Bewegungsgleichung: $s=v \cdot t=30mm/(1/10s) \cdot t=300mm/s \cdot t=0,3m/s \cdot t$ (wenn bei $t=0,5s$ die Zeit wieder auf 0 gesetzt wird).

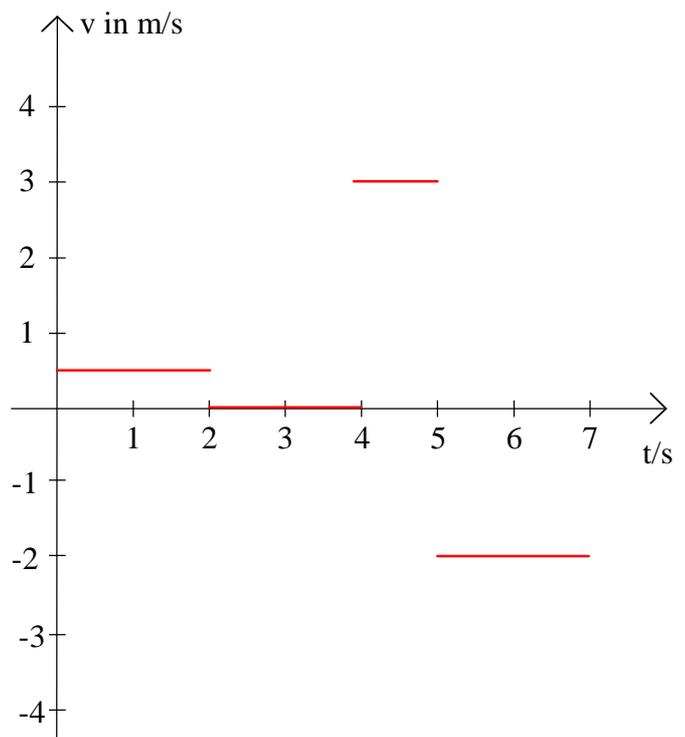
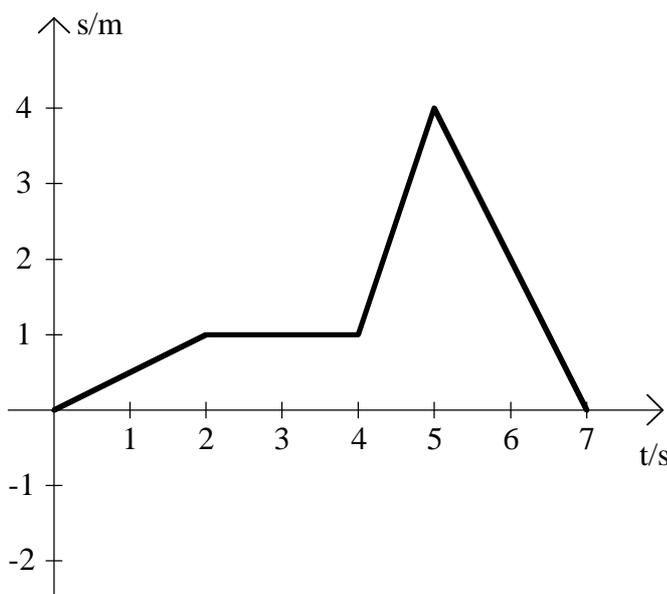
c) Berechnen Sie, wie viel Sekunden nach dem Start die Bewegungsart sich geändert hat.

Aus der Tabelle entnimmt man, dass der Wechsel bei $t=0,5s$ erfolgt.

d) Begründen Sie, warum die Änderung der Bewegung genau bei einem Vielfachen von $1/10s$ stattgefunden hat.

Hätte der Wechsel nicht genau zur Zeit $t=0,5s$ stattgefunden, dann hätten die berechneten Wert um diesen Zeitpunkt herum nicht genau die Werte $600mm/s^2$ und $300mm/s$, sondern würden etwas nach oben bzw. unten abweichen.

3 Zeichnen Sie zu diesem s-t-Diagramm rechts das zugehörige v-t-Diagramm.



4 Zwei Springer und ein Helfer stehen im Schwimmbad auf einem 5m-Sprungbrett. Zum selben Zeitpunkt geschehen drei Dinge:

1. Der Helfer wirft einen schweren Gegenstand mit der Geschwindigkeit $v_G=1m/s$ nach unten,
2. Springer 1 lässt sich ohne weitere Aktion in Richtung Wasser fallen,
3. Springer 2 springt mit der Geschwindigkeit $v_2=1m/s$ nach oben und fällt dann im weiteren Verlauf auch in Richtung Wasser.

Ein Zuschauer vermutet, dass der Springer 1 zeitlich genau zwischen dem Gegenstand und

dem Springer 2 auf dem Wasser auftreffen wird und dass die Geschwindigkeit von Springer 1 genau dem Mittelwert der Geschwindigkeiten vom Gegenstand und Springer 2 betragen wird.

- a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für alle 3 fallenden Körper auf (Bezugspunkt sollte einheitlich entweder die Wasseroberfläche oder das 5m-Brett sein).

Bezugspunkt sei die Wasseroberfläche. Da der Gegenstand G und die Springer S1 und S2 fallen, gelten die Gleichungen der beschleunigten Bewegung $s = 1/2 \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$ und $v = a \cdot t + v_0$. a ist jeweils die Erdbeschleunigung g .

G: Die Beschleunigung und die Anfangsgeschwindigkeit sind von oben aus zum Wasser hin gerichtet, der Anfangsweg liegt oberhalb des Wassers, a und v_0 sind deshalb negativ, s_0 positiv.

$$s = -1/2 \cdot 10 \text{m/s}^2 \cdot t^2 - 1 \text{m/s} \cdot t + 5 \text{m} \quad \text{und} \quad v = -10 \text{m/s}^2 \cdot t - 1 \text{m/s}$$

(Da die Größen immer mit Meter und Sekunde angegeben werden, wird im Folgenden der Übersichtlichkeit halber ohne die Einheiten gerechnet).

$$\text{Bewegungsgleichungen für G: } s = -5 \cdot t^2 - t + 5 \quad \text{und} \quad v = -10 \cdot t - 1$$

S1: Es gilt die selbe Bewegungsgleichung wie bei G, nur die Anfangsgeschwindigkeit ist $v_0 = 0 \text{m/s}$.

$$\text{Bewegungsgleichungen für S1: } s = -5 \cdot t^2 + 5 \quad \text{und} \quad v = -10 \cdot t$$

S2: Es gilt die selbe Bewegungsgleichung wie bei G, nur die Anfangsgeschwindigkeit ist nach oben gerichtet, also vom Wasser weg, d.h. v_0 ist positiv.

$$\text{Bewegungsgleichungen für S2: } s = -5 \cdot t^2 + t + 5 \quad \text{und} \quad v = -10 \cdot t + 1$$

- b) Berechnen Sie die Zeiten und die Geschwindigkeiten, bei denen bzw. mit denen die drei Körper auf dem Wasser auftreffen (Start der Bewegungen ist zum Zeitpunkt $t=0\text{s}$).

Beim Auftreffen aufs Wasser gilt $s=0\text{m}$. Damit lässt sich t berechnen:

<i>Gegenstand:</i>	<i>Springer 1:</i>	<i>Springer 2:</i>
$0 = -5 \cdot t^2 - t + 5 \quad :(-5)$	$0 = -5 \cdot t^2 + 5 \quad :(-5)$	$0 = -5 \cdot t^2 + t + 5 \quad :(-5)$
$0 = t^2 + 1/5 \cdot t - 1$	$0 = t^2 - 1 \quad +1$	$0 = t^2 - 1/5 \cdot t - 1$
<i>p-q-Formel liefert</i>	$1 = t^2$	<i>p-q-Formel liefert</i>
$t_{1,2} = -1/10 \pm \sqrt{(1/100+1)}$	$t_1 = 1 \quad t_2 = -1$	$t_{1,2} = +1/10 \pm \sqrt{(1/100+1)}$
$t_1 \approx 0,9 \quad t_2 \approx -1,1$	<i>sinnvoll ist hier nur t_1</i>	$t_1 \approx -0,9 \quad t_2 \approx +1,1$
<i>sinnvoll ist hier nur t_1</i>		<i>sinnvoll ist hier nur t_2</i>

Mit den t -Werten lassen sich auch die Geschwindigkeiten berechnen:

<i>Gegenstand:</i>	<i>Springer 1:</i>	<i>Springer 2:</i>
$v = -10 \cdot t - 1$	$v = -10 \cdot t$	$v = -10 \cdot t + 1$
$= -10 \cdot (-1/10 + \sqrt{1,01}) - 1$	$= -10 \cdot 1$	$= -10 \cdot (+1/10 + \sqrt{1,01}) + 1$
$= +1 - 10 \cdot \sqrt{1,01} - 1$	$= -10$	$= -1 - 10 \cdot \sqrt{1,01} + 1$
$= -10 \cdot \sqrt{1,01}$		$= -10 \cdot \sqrt{1,01}$
$\approx -10,05$		$\approx -10,05$

- c) Überprüfen Sie die Vermutungen des Zuschauers auf ihre Richtigkeit und stellen Sie ggf. eine korrigierte (d.h. richtige) Aussage auf.

1. Behauptung: „Springer 1 trifft zeitlich genau zwischen dem Gegenstand und dem Springer 2 auf dem Wasser auf.“ Für die Näherungswerte trifft das zu, nicht aber für die genauen Werte, denn dann müsste der Mittelwert von den Zeiten für den Gegenstand und vom Springer 2 gleich der Zeit vom Springer 1 sein. Es gilt aber: $1/2 \cdot (t_G + t_{Sp2}) = 1/2 \cdot (-1/10 + \sqrt{(1/100+1)} + 1/10 + \sqrt{(1/100+1)}) = 1/2 \cdot (2 \cdot \sqrt{(1/100+1)}) = \sqrt{(1/100+1)} = \sqrt{1,01} \neq 1 = t_{Sp1}$, d.h. die Zeit für den Springer 1 liegt zwar

zwischen den Zeiten für den Gegenstand und für den Springer 2, aber etwas näher an der Zeit für den Gegenstand.

2. Behauptung: „Die Geschwindigkeit von Springer 1 beträgt genau den Mittelwert der Geschwindigkeiten vom Gegenstand und Springer 2“ Diese Aussage ist falsch, denn die Geschwindigkeiten vom Gegenstand und vom Springer 2 sind exakt gleich, während die Geschwindigkeit vom Springer 1 etwas kleiner ist.

Formeln: für die eine Bewegungsart:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad \text{bzw.} \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$

$$v = a \cdot t \quad \text{bzw.} \quad v = a \cdot t + v_0$$

$$a = \text{const.}$$

für die andere Bewegungsart:

$$s = v \cdot t \quad \text{bzw.} \quad s = v \cdot t + s_0$$

$$v = \text{const.}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad g = 10 \frac{m}{s^2}$$

Viel Erfolg bei der Bearbeitung !!!