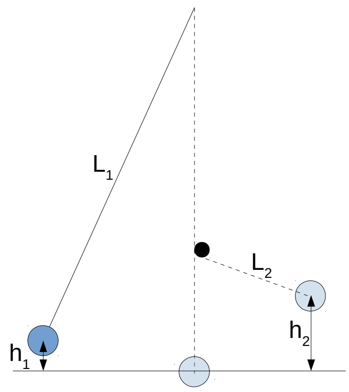
Lösung

1 Ein Fadenpendel der Länge $L_1 = 3\,m$ wird nach links so weit ausgelenkt, dass es dabei insgesamt um die Höhe $h_1 = 10\,cm$ angehoben wird. Nach dem Loslassen schwingt das Pendel so, dass es in senkrechter Lage von einer fest eingebauten Stange aufgehalten wird, sodass es nach rechts nur mit der Länge $L_2 = 30\,cm$ schwingen kann.



1.1 Die Höhe h_2 ist in der Skizze nicht korrekt eingetragen. Geben Sie mit Begründung an, ob $h_2 < h_1$, $h_2 = h_1$ oder $h_2 > h_1$ sein muss.

Da im rechten Umkehrpunkt die kinetische Energie gleich 0 ist, müssen die potentiellen Energien links und rechts übereinstimmen und damit auch die Höhen h_1 und h_2, also $h_1 = h_2$.

1.2 Berechnen Sie die Schwingungsdauer des Pendels.

Würde das Pendel ungestört schwingen, so würde sich die Schwingungsdauer T folgendermaßen berechnen: $T_{links} = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{L_1}{g}} = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{3}{10}}\,s$. Würde das Pendel nur so schwingen wie rechts, ergäbe sich entsprechend $T_{rechts} = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{L_2}{g}} = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{0{,}3}{10}}\,s$. Für jede Halbschwingung ist eine der angegebenen Schwingungsdauern zuständig. Die tatsächliche Schwingungsdauer ergibt sich also aus $T = \frac{1}{2}\cdot T_{links} + \frac{1}{2}\cdot T_{rechts} = \pi\cdot\sqrt{0{,}3}\,s + \pi\cdot\sqrt{0{,}03}\,s = 2{,}26\,s$.

---

2 Eine Museumsbahn (Dampflok mit 4 angehängten Wagen) fährt durchgehend mit konstanter Geschwindigkeit ($v = 17\,\frac{m}{s}$) auf einer geraden Strecke zwischen 2 Bahnhöfen hin und her. Bei Kreuzungen mit Straßen lässt der Lokführer eine Signalpfeife ($f = 1000\,Hz$; $c = 340\,\frac{m}{s}$) ertönen. Der Zugbegleiter im letzten Wagen kann diesen Ton sehr gut hören.

2.1 Berechnen Sie jeweils für Hin- und Rückfahrt getrennt die Frequenz des Tones, die der Zugbegleiter hört.

Hinfahrt: Der Sender bewegt sich vom Empfänger weg, d. h. $f_{E,ruhend} = f_S \cdot \frac{c}{c+v}$. So würde ein ruhender Empfänger die Frequenz berechnen. Denken wir uns statt des ruhenden Empfängers nun einen ruhenden Sender, so berechnet der auf den Sender zu bewegte Empfänger seine Frequenz so: $f_E = f_{E,ruhend}\cdot\frac{c+v}{c} = f_S\cdot\frac{c}{c+v}\cdot\frac{c+v}{c} = f_S$ Für den Empfänger ist also die Frequenz unverändert geblieben.

Rückfahrt: Analog gilt $f_{E,ruhend} = f_S\cdot\frac{c}{c-v}$ und $f_E = f_{E,ruhend}\cdot\frac{c-v}{c} = f_S\cdot\frac{c}{c-v}\cdot\frac{c-v}{c} = f_S$.

Allgemein gilt also: Bewegen sich Empfänger und Sender mit gleicher Geschwindigkeit in die gleiche Richtung, so wird für den Empfänger die Frequenz des ausgesandten Signals nicht geändert.

2.2 Geben Sie mit Begründung an, ob sich das bei 2.1 berechnete Ergebnis ändert (und wenn ja, wie?), wenn sich die Geschwindigkeit des Zuges ändert.

Da sich die Geschwindigkeit aus der Gleichung heraus kürzt, ist der Effekt (gleiche Tonhöhe) unabhängig von der Geschwindigkeit. Falls sich allerdings bei der Rückfahrt der Zug mit Überschallgeschwindigkeit bewegen würde, würde das Schallsignal nicht mehr beim Empfänger ankommen. Der Empfänger würde also gar nichts mehr hören.

---

3 Man weiß, dass sich eine Schraubenfeder bei Anhängen der Masse $m=1\,kg$ um $\Delta s=5\,cm$ verlängert.
Während des Schwingungsvorganges mit einer Amplitude von $\hat{s}=10\,cm$ werden 2 Fotos im Abstand von $\Delta t=\frac{1}{10}s$ aufgenommen. Die Auswertung zeigt beim 1. Foto die Auslenkung $s(0\,s)=0\,cm$ und beim 2. Foto die Auslenkung $s(\frac{1}{10}s)=5\,cm$.

Berechnen Sie die Masse, die an der Schraubenfeder hängt. Die Masse der Schraubenfeder sei vernachlässigbar klein.

Die Federkonstante D lässt sich berechnen aus $F=D\cdot s$ → $D=\frac{F_G}{s}=\frac{1\cdot 10}{0{,}05}\frac{N}{m}=200\frac{N}{m}$

Es gilt die Schwingungsgleichung $s(t)=\hat{s}\cdot\sin(\omega\cdot t)$ *mit* $\omega=\frac{2\cdot\pi}{T}=\frac{2\cdot\pi}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{D}}}=\sqrt{\frac{D}{m}}$ *, also*

$s(t)=\hat{s}\cdot\sin\left(\sqrt{\frac{D}{m_{gesucht}}}\cdot t\right)$.

Für $t=\frac{1}{10}s$ *gilt dann* $s\left(\frac{1}{10}s\right)=10\,cm\cdot\sin\left(\sqrt{\frac{200}{m_{gesucht}}}\cdot\frac{1}{10}\right)=10\,cm\cdot\sin\sqrt{\frac{2}{m_{gesucht}}}\overset{s\,ist\,gegeben}{=}5\,cm$ →

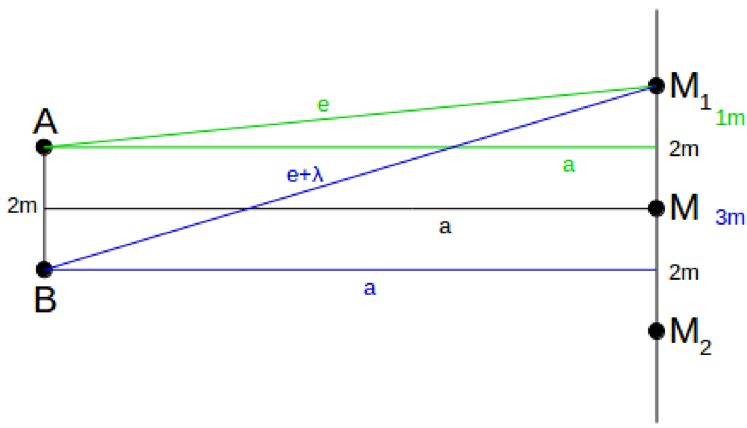
$\sin\sqrt{\frac{2}{m_{gesucht}}}=\frac{1}{2}$ → $\sqrt{\frac{2}{m_{gesucht}}}=\arcsin\frac{1}{2}$ → $\frac{2}{m_{gesucht}}=\left(\arcsin\frac{1}{2}\right)^2$ → $m_{gesucht}=\frac{2}{\left(\arcsin\frac{1}{2}\right)^2}\approx 7{,}3\,kg$

Es ist also eine Masse von 7,3 kg an die Feder angehängt worden.

---

4 Zwei Lautsprecher A und B, die 2 m voneinander entfernt aufgestellt sind, senden gleichphasig einen Ton der Frequenz $f=3400\,Hz$ aus.
In der Entfernung a werden ein Hauptmaximum M und jeweils im Abstand von 2 m Nebenmaxima M_1 und M_2 registriert (siehe Skizze).

Berechnen Sie den Abstand a.



Mit dem Satz des Pythagoras ergibt sich aus dem grünen Dreieck $a^2+1^1=e^2$.
Aus dem blauen Dreieck ergibt sich
$a^2+3^2=(e+\lambda)^2=e^2+2\cdot e\cdot\lambda+\lambda^2$. *Mit* $c=f\cdot\lambda$ → $\lambda=\frac{c}{f}=\frac{340}{3400}m=0{,}1\,m$ *folgt*

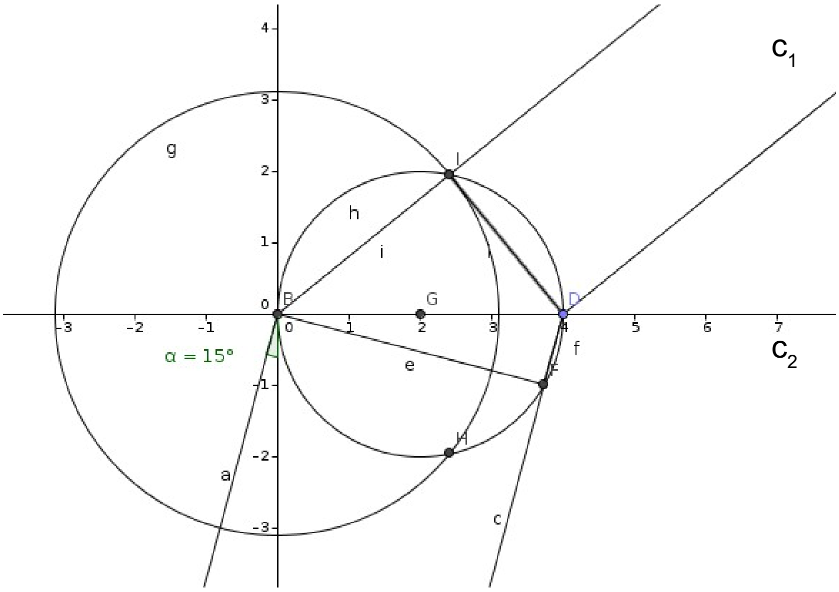
$a^2+9=a^2+1+2\cdot\sqrt{a^2+1}\cdot 0{,}1+0{,}01 \rightarrow 7{,}99=0{,}2\cdot\sqrt{a^2+1} \rightarrow \frac{799}{20}=\sqrt{a^2+1} \rightarrow \left(\frac{799}{20}\right)^2=a^2+1 \rightarrow$

$a^2=\left(\frac{799}{20}\right)^2-1 \rightarrow a=\sqrt{\left(\frac{799}{20}\right)^2-1}\approx 39{,}9$ *(Rechnungen ohne Einheit im kg/m/s-System)*

Die Entfernung zwischen Lautsprechern und Messstelle beträgt etwa 40 m.

---

5 Eine gerade Wellenfront trifft im Winkel von 15° auf die Grenzfläche zweier Medien. Im oberen Medium gilt für die Ausbreitungsgeschwindigkeit $c_1=3\cdot c_2$.



5.1 Konstruieren Sie den Wellenverlauf und die Wellenfront im oberen Medium.

Die Strecke i muss 3-mal so lang sein wie die Strecke f. Die neue Wellenfront ID liegt auf der Tangente durch D an den Kreis g.

5.2 Berechnen Sie den Grenzwinkel zur Totalreflexion.

Nach dem Brechungsgesetz gilt $\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}=\frac{c_2}{c_1}$. *Der Grenzwinkel* α_2 *ergibt sich aus dem Winkel* $\alpha_1=90°$ *und der Bedingung* $c_1=3\cdot c_2$: $\frac{\sin\alpha_2}{\sin 90°}=\frac{c_2}{3\cdot c_2} \rightarrow \sin\alpha_2=\frac{1}{3} \rightarrow \alpha_2=\arcsin\left(\frac{1}{3}\right)\approx 19{,}5°$

Der gesuchte Grenzwinkel beträgt etwa 19,5°.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!

Formeln:

$E_{Pot}=m \cdot g \cdot h$ $\quad E_{Kin}=\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ $\quad F=m \cdot a$

$T=2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$ $\quad T=2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$ $\quad s(t)=\hat{s} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ $\quad s(x,t)=\hat{s} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right)$

$\omega=\frac{2 \cdot \pi}{T}=\frac{\Delta \alpha}{\Delta t}$ $\quad f=\frac{1}{T}$ $\quad F=D \cdot s$ $\quad c=f \cdot \lambda$

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{c_1}{c_2}$ $\quad c_{Luft}=340\frac{m}{s}$ $\quad g=10\frac{m}{s^2}$

Sender	Empfänger	Richtung	Formel
bewegt	ruht	aufeinander zu	$f_E=f_S \cdot \frac{c}{c-v}$
bewegt	ruht	voneinander weg	$f_E=f_S \cdot \frac{c}{c+v}$
ruht	bewegt	aufeinander zu	$f_E=f_S \cdot \frac{c+v}{c}$
ruht	bewegt	voneinander weg	$f_E=f_S \cdot \frac{c-v}{c}$