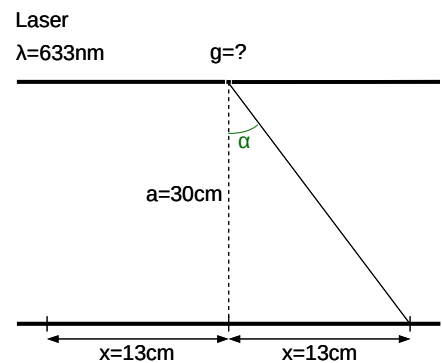
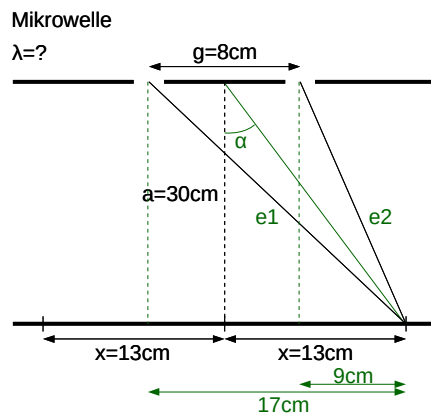


Lösung

1 Nebenstehend sind Versuchsaufbauten skizziert, bei denen mit Mikrowellen und mit Laserlicht Beugungen am Doppelspalt erzeugt werden. Gesucht ist die Wellenlänge der Mikrowelle und die Gitterkonstante beim Versuch mit dem Laser.



x gibt jeweils den Abstand zwischen dem Hauptmaximum und dem 1. Nebenmaximum an. Achtung: Die Skizzen sind nicht maßstabsgerecht.

1.1 Stellen Sie an Hand eigener Zeichnungen die Beziehung zwischen der Wellenlänge  $\lambda$  und dem Abstand x zwischen Haupt- und 1. Nebenmaximum dar und entwickeln Sie daraus eine Formel für  $\lambda(x)$ , also für die Wellenlänge in Abhängigkeit von x.

Links ist die Umgebung des Doppelspalts gezeigt.

Es gilt die Beziehung  $\sin \alpha_n = \frac{n \cdot \lambda}{g}$ .

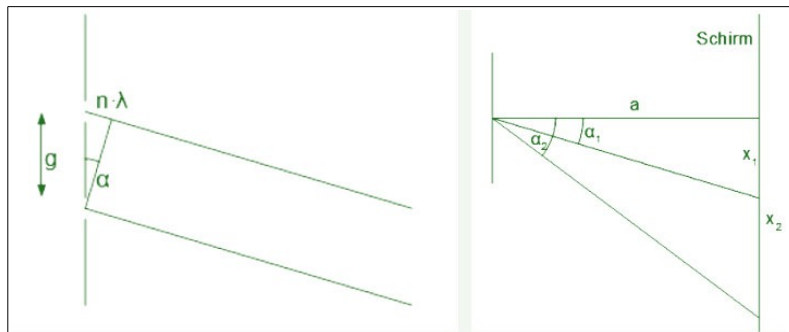
Rechts ist aus größerem Abstand der gesamte Versuchsaufbau zu sehen. Hier gilt  $\tan \alpha_n = \frac{x_n}{a}$ .

Für kleine Winkel  $\alpha$  gilt  $\sin \alpha \approx \tan \alpha$ .

Daraus folgt  $\frac{n \cdot \lambda}{g} \approx \frac{x_n}{a} \rightarrow n \cdot \lambda \approx \frac{g}{a} \cdot x_n$ .  $\lambda$  ist also proportional zu  $x_n$ .

Für große Winkel gilt  $\alpha_n = \arctan\left(\frac{x_n}{a}\right) \rightarrow n \cdot \lambda = g \cdot \sin \alpha_n = g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{x_n}{a}\right)\right)$ .

Im beschriebenen Versuch ist  $n=1$ , also gilt  $\lambda = g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{x}{a}\right)\right)$ .



1.2 Berechnen Sie  $\lambda_{\text{Mikrowelle}}$  und  $g_{\text{Laser}}$  so genau wie möglich. Begründen Sie mit Worten, warum Sie die jeweils benutzten Formeln ausgewählt haben.

Für den Ablenkwinkel  $\alpha$  gilt (beim Laser recht genau, bei der Mikrowelle als mittlerer Wert)

$\tan \alpha = \frac{13}{30} \rightarrow \alpha = \arctan \frac{13}{30} = 23,4^\circ$ . Man darf also nicht mit der Näherung (s. o.) rechnen.

Mikrowelle:  $\lambda_{\text{Mikrowelle}} = g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{x}{a}\right)\right) = 8 \text{ cm} \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{13}{30}\right)\right) = 3,18 \text{ cm}$

Da die Strecke e1 um  $\lambda_{\text{Mikrowelle}}$  größer ist als die Strecke e2, kann man auch so rechnen:

$$\lambda_{\text{Mikrowelle}} = e_1 - e_2 = (\sqrt{17^2 + 30^2} - \sqrt{9^2 + 30^2}) \text{ cm} = 3,16 \text{ cm}$$

Da  $x$  nicht proportional zum Winkel  $\alpha$  ist, ist dieses Ergebnis genauer.

$$\text{Laser: } \lambda = g_{\text{Laser}} \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{x}{a}\right)\right) \rightarrow g_{\text{Laser}} = \frac{\lambda}{\sin\left(\arctan\left(\frac{x}{a}\right)\right)} = \frac{633 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{\sin\left(\arctan\left(\frac{13}{30}\right)\right)} = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 1,6 \mu\text{m}$$

- 1.3 Berechnen Sie, wie viele Nebenmaxima beim Versuch mit der Mikrowelle beobachtet werden können.

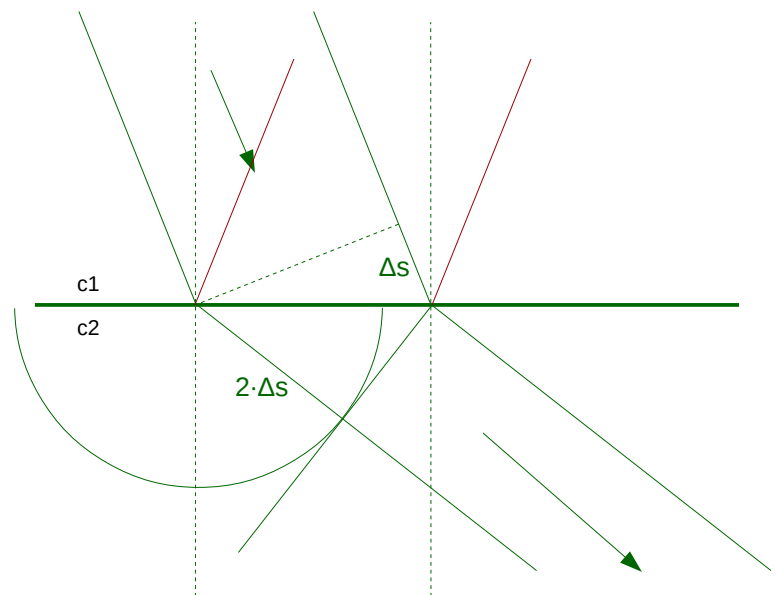
Falls Sie  $\lambda$  nicht berechnen konnten, benutzen Sie den (falschen) Wert 0,025m.

Beim  $n$ -ten Nebenmaximum beträgt der Gangunterschied das  $n$ -fache der Wellenlänge  $\lambda$ . Der Gangunterschied kann aber nicht größer als die Gitterkonstante  $g$  sein.

$$\text{Darum gilt } n \cdot \lambda < g \rightarrow n < \frac{g}{\lambda} \rightarrow n_{\text{Mikrowelle}} < \frac{8 \text{ cm}}{3,2 \text{ cm}} = 2,5 \text{ und } n_{\text{Laser}} < \frac{1,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{633 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2,5$$

Für beide Versuche gilt also, dass höchstens das 2. Nebenmaximum zu sehen ist.

- 2 2.1 Konstruieren Sie in nebenstehender Skizze den weiteren Verlauf eines Lichtbündels, das von links oben aus einem optisch dichten Medium kommt und an der waagrechten Trennlinie in ein optisch dünneres Medium wechselt. Es gilt für die Lichtgeschwindigkeit in den Medien  $c_2 = 2 \cdot c_1$ .
- 2.2 Skizzieren Sie zusätzlich in die Skizze hinein den Strahlenverlauf nach dem Auftreffen auf die Grenzschicht für den Fall  $c_2 = 3 \cdot c_1$ .



Totalreflexion in rot eingezeichnet.

- 3 Die Formel für die Schwingungsdauer in einem elektromagnetischen Schwingkreis lautet  $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$ .

$L = \mu_0 \cdot \frac{n^2 \cdot A}{l}$  ist die Induktivität einer Spule mit der Windungszahl  $n$ , der Spulenfläche  $A$  und der Länge  $l$ .

$C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$  ist die Kapazität eines Plattenkondensators mit der Fläche  $A$  und dem Plattenabstand  $d$ .

- 3.1 Berechnen Sie, wie man die Windungszahl der Spule verändern muss, damit die Schwingungsdauer nur noch 1/10-mal so groß ist wie vorher.

Es gilt  $T \sim \sqrt{L} \rightarrow T \sim \sqrt{n^2} = n$ . Wenn also  $T$  nur 1/10-mal so groß sein soll, dann auch  $n$ .

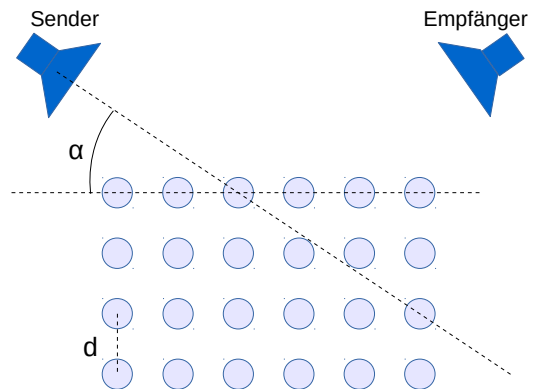
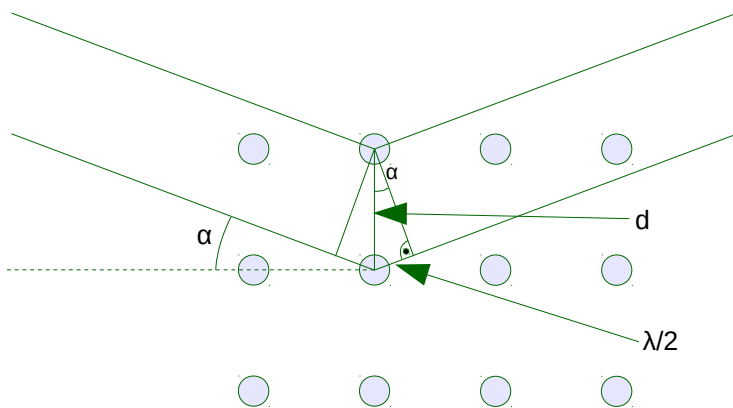
- 3.2 Die Länge  $l$  der Spule und der Plattenabstand  $d$  wurden geändert. Nach der Änderung ist die Schwingungsdauer doppelt so groß wie vorher. Die Länge  $l$  wurde verdoppelt. Berechnen Sie, wie der Plattenabstand  $d$  geändert wurde.

Es gilt  $T \sim \sqrt{L \cdot C} \rightarrow T \sim \sqrt{\frac{1}{l \cdot d}} \rightarrow d \sim \frac{1}{l \cdot T^2}$ .

Nach der Änderung gilt:  $\frac{1}{2 \cdot l \cdot (2 \cdot T)^2} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{l \cdot T^2}$ . Der Plattenabstand wurde also auf  $1/8$  gekürzt.

- 4 Auf ein räumliches Gitter aus Metallkugeln fällt von links oben kommend Mikrowellenstrahlung ein (parallele Strahlung angenommen).

- 4.1 Leiten Sie in einer separaten Zeichnung die für ein solches Bragg-Gitter gültige Formel  $n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \alpha$  her ( $d$  ist Abstand der Gitterebenen,  $\alpha$  der Einfallswinkel).



Im rechtwinkligen Dreieck muss die Gegenkathete zu  $\alpha$  die halbe Wellenlänge haben, damit mit der spiegelbildlichen Strecke zusammen der Gangunterschied  $\lambda$  zustande kommt.

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{2 \cdot d} \rightarrow \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \alpha$$

Für das  $n$ -te Nebenmaximum muss der Gangunterschied  $n \cdot \lambda$  sein. Daraus

folgt die gegebene Formel  $n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \alpha$ .

- 4.2 Beim Winkel  $\alpha_1 = 30^\circ$  und beim Winkel  $\alpha_2 = 60^\circ$  werden Maxima im Empfänger registriert. Geben Sie mit Begründung an, ob die unbekannte Mikrowellenstrahlung aus Wellen mehrerer Frequenzen besteht oder ob bei  $60^\circ$  ein 2. Nebenmaximum zu beobachten ist.

Es gilt  $2 \cdot d \cdot \sin \alpha_1 = 2 \cdot d \cdot \sin 30^\circ = 1,000$  und  $2 \cdot d \cdot \sin \alpha_2 = 2 \cdot d \cdot \sin 60^\circ = 1,732$

Beim 2. Nebenmaximum müsste der 2. Wert doppelt so groß sein wie der erste Wert. Da das nicht der Fall ist, muss die Strahlung aus Wellen mit 2 verschiedenen Wellenlängen bestehen.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!