Lösung

1 Zwei schlappe Gummibälle werden mit gleicher Geschwindigkeit v direkt aufeinander zu geschossen. Sie prallen nicht voneinander ab, sondern kommen unmittelbar nach dem Zusammenstoß zur Ruhe.

Berechne, welche Geschwindigkeit v die Bälle beim Abschuss haben müssen, damit sie sich nach dem Zusammenstoß um $\Delta\vartheta = 0{,}1\,°C$ erwärmt haben.
Jeder Ball hat die Masse $m = 50\,g$.

Die spezifische Wärmekapazität von Gummi beträgt $c_{Gummi} = 2\frac{kJ}{kg\cdot °C}$.

Annahme: Die kinetische Energie beider Bälle wird ganz in innere Energie umgesetzt:

$$2\cdot E_{Kin} = E_{innere} \rightarrow 2\cdot\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = c_{Gummi}\cdot 2\cdot m\cdot\Delta\vartheta \rightarrow v^2 = 2\cdot c_{Gummi}\cdot\Delta\vartheta = 2\cdot 2000\cdot 0{,}1\frac{m^2}{s^2} = 400\frac{m^2}{s^2} \rightarrow v = 20\frac{m}{s}$$

Die Massen der Bälle spielen keine Rolle, da sie sich bei der Rechnung hinaus dividieren.

---

2 Formel1-Rennwagen können in 2 Sekunden aus der Ruhe auf die Geschwindigkeit $v = 30\frac{m}{s}$ gebracht werden. Berechne, welche Streckenlänge dazu benötigt wird.

$$v = a\cdot t \rightarrow a = \frac{v}{t} \rightarrow s = \frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{v}{t}\cdot t^2 = \frac{v\cdot t}{2} = \frac{30\cdot 2}{2}m = 30\,m$$

Die Beschleunigungsstrecke beträgt 30 m.

---

3 Bei der sehr gefährlichen Sportart Klippen-Springen springen die Schwimmer aus $h = 30\,m$ Höhe ins Wasser.
Das Abbremsen im Wasser geschieht dann mit der Beschleunigung $a = 3\cdot g$.

3.1 Berechne die Dauer des Sprungs bis zum Auftreffen auf dem Wasser.

$$s = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 \rightarrow t^2 = \frac{2\cdot s}{g} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot s}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 30}{10}}s = \sqrt{6}s \approx 2{,}45\,s$$ *Die Sprungdauer beträgt etwa 2,45 s.*

3.2 Berechne die Geschwindigkeit beim Auftreffen auf das Wasser.

$$v = g\cdot t \rightarrow t = \frac{v}{g}\ ;\ s = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 = \frac{1}{2}\cdot g\cdot\frac{v^2}{g^2} = \frac{v^2}{2\cdot g} \rightarrow v^2 = 2\cdot g\cdot s \rightarrow v = \sqrt{2\cdot g\cdot s} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 30}\frac{m}{s} \approx 24{,}5\frac{m}{s}$$

Die Geschwindigkeit beträgt $v = 24{,}5\frac{m}{s}$. *Einfacher mit 3.1:* $v = g\cdot t = 10\cdot 2{,}45\frac{m}{s} = 24{,}5\frac{m}{s}$

3.3 Berechne die notwendige Tiefe des Wassers, wenn der Abbremsvorgang in genau senkrechter Richtung stattfindet.

Mit $a = 3\cdot g$ *und* $v = 24{,}5\frac{m}{s}$ *gilt* $v = a\cdot t \rightarrow t = \frac{v}{a} \rightarrow s = \frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 = \frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{2\cdot a} = \frac{24{,}5^2}{2\cdot 3\cdot 10}m \approx 10{,}0\,m$

Das Wasser muss also mindestens 10 m tief sein.

3.4 Berechne die Kraft, mit der ein Mensch der Masse $m=80\,kg$ abgebremst wird.

$F=m\cdot a=m\cdot 3\cdot g=80\cdot 3\cdot 10\,N=2400\,N$ Diese Kraft entspricht einer Gewichtskraft von 240 kg.

---

4 In der Gartenanlage Herrenhausen (Hannover) gibt es eine riesige Wasserfontäne. In mehreren Quellen wird angegeben, dass das Wasser mit $v=140\frac{km}{h}$ nach oben geschleudert wird. Über die Höhe der Fontäne gibt es unterschiedliche Angaben: Bei „hannover.de" steht $56\,m-72\,m$, bei Wikipedia (Stichwort Großer-Garten-Hannover) steht $81\,m$.
Nimm begründet Stellung zu den unterschiedlichen Höhenangaben und entscheide (mit Begründung), welcher Quelle man mehr trauen kann.

Berechnung der Höhe über den Energieerhaltungssatz:

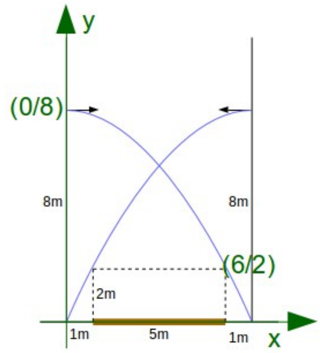
$$E_{Kin}=E_{Pot} \rightarrow \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2=m\cdot g\cdot h \rightarrow h=\frac{v^2}{2\cdot g}=\frac{\left(\frac{140}{3{,}6}\right)^2}{2\cdot 10}\,m\approx 75{,}6\,m$$

Die bei Wikipedia angegebene Höhe kann nicht stimmen, weil die Energie dafür nicht ausreicht. Die Höhenangabe 56m-72m ist dagegen realistisch, wenn man den Einfluss von Luftreibung berücksichtigt.

---

5 In einem Freizeitpark gehen die Besucher durch einen Torbogen aus Wasser: Jeweils 1m links und rechts des 5m breiten Weges stehen 8m hohe Säulen, aus denen oben waagrecht Wasser ausgestoßen wird. Damit die Besucher nicht nass werden, muss der Wasserstrahl so hoch geführt werden, dass ein 2m hoher Raum oberhalb des Weges trocken bleibt (siehe Skizze).

Berechne, mit welcher Mindest-Geschwindigkeit das Wasser ausgestoßen werden muss.



Da die Wasserstrahlen symmetrisch verlaufen, reicht es, den nach rechts gerichteten Strahl zu betrachten. Der Graph muss durch die angegebenen Punkte verlaufen.

$$x=v\cdot t \rightarrow t=\frac{x}{v}\ ;\ y=8-\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2=8-\frac{1}{2}\cdot g\cdot\frac{x^2}{v^2} \xrightarrow{(6/2)} 2=8-\frac{1}{2}\cdot 10\cdot\frac{36}{v^2} \rightarrow \frac{180}{v^2}=6 \rightarrow v^2=\frac{180}{6}=30 \rightarrow$$

$v=\sqrt{30}\approx 5{,}5$ *Das Wasser muss also mindestens mit $v=5{,}5\frac{m}{s}$ ausgestoßen werden.*

Formeln:

Energien: $E_{Pot}=m\cdot g\cdot h$	$E_{Kin}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$	$\Delta E_{innere}=c\cdot m\cdot\Delta\vartheta$	
Bewegungsgleichungen:	$s=v\cdot t$	$v=v_0$	$a=0$
	$s=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2$	$v=a\cdot t$	$a=a_0$
Newtonsche Bewegungsgleichung:		$F=m\cdot a$	

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!