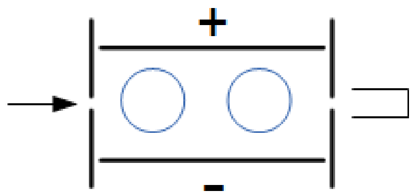
2013-12-02 Klausur 2 Kurs 12Ph1e Physik

Lösung

1 In den luftleeren Raum zwischen den Platten eines mit der Kondensatorspannung $U_C = 80\,V$ geladenen Plattenkondensators (oben +, unten -) treten parallel zu den Plattenflächen geladene Teilchen unterschiedlicher Geschwindigkeit ein (siehe Skizze). Die Kondensatorplatten haben den Abstand $d = 5\,cm$.



Teilchen, die den Raum auf gerader Bahn durchfliegen, treffen nach Verlassen des Raums auf ein Zählgerät. Damit wenigstens einige Teilchen gerade Bahnen haben, wird ein Magnetfeld der Stärke $B = 0{,}1\,mT$ erzeugt, dessen Feldlinien senkrecht zur Bahn der Teilchen und senkrecht zu den elektrischen Feldlinien verlaufen (angedeutet durch die beiden Kreise in der Skizze).

1.1 Geben Sie mit den Symbolen $\odot$ $\otimes$ an, wie die magnetischen Feldlinien verlaufen müssen bei a) positiv geladenen Teilchen, b) negativ geladenen Teilchen.

a) $\otimes$ b) $\otimes$ In beiden Fällen gleiche Richtung, da auch das elektrische Feld gleich bleibt.

1.2 Zeigen Sie, dass die Teilchengeschwindigkeit der Teilchen, die im Messgerät registriert werden, unabhängig von der Art der Teilchen und der Ladung der Teilchen ist und berechnen Sie diese Geschwindigkeit.

Zwischen den Kondensatorplatten wirkt die elektrische Kraft $F_E = Q \cdot E$ und die magnetische Lorentzkraft $F_B = Q \cdot v \cdot B$. Die Kräfte sind entgegengesetzt gerichtet und haben gleichen Betrag (damit die Teilchen gerade fliegen): $F_E = F_B \rightarrow Q \cdot E = Q \cdot v \cdot B \rightarrow E = v \cdot B \rightarrow v = \frac{E}{B}$

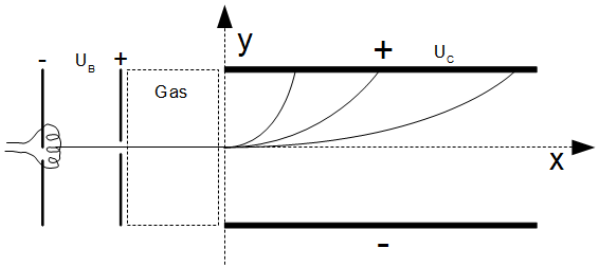
Die Teilchengeschwindigkeit der Teilchen, die auf gerader Linie fliegen, ist also durch die elektrische Feldstärke und die magnetische Flussdichte gegeben. Da die Ladung und die Masse und andere Eigenschaften der fliegendenTeilchen nicht in der Formel vorkommen, hängt die Teilchengeschwindigkeit nicht von der Art der Teilchen ab.

Mit $E = \frac{U}{d}$ gilt: $v = \frac{E}{B} = \frac{U}{d \cdot B} = \frac{80\,V}{0{,}05\,m \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-3}\,T} = 1{,}6 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$.

1.3 Während der Messung gelangt ein Gas in den Raum zwischen den Kondensatorplatten, das durch die geladenen Teilchen leicht zum Leuchten angeregt werden kann.
Geben Sie mit Begründung an, ob sich das a) auf die Geschwindigkeit der registrierten Teilchen, b) auf die Menge (Intensität) der registrierten Teilchen auswirkt und was sich an der Geschwindigkeit und der Zählrate der registrierten Teilchen ggf. ändert.

a) und b): Die Teilchen, die auf Grund der Werte von E und B den Kondensator geradlinig und waagrecht durchqueren würden, werden durch das Anregen der Atome abgebremst und können nun wegen der verminderten Geschwindigkeit nicht mehr weiter geradlinig fliegen. Sie werden also auch nicht mehr registriert. Teilchen mit niedrigeren Geschwindigkeiten werden von Anfang an abgelenkt und können das Zählrohr nicht erreichen. Werden sie durch Anregen der Atome abgebremst, so werden sie noch mehr abgelenkt und kommen nicht am Zählgerät an.
Zu schnelle Teilchen werden von Anfang an abgelenkt. Durch das Anregen der Atome werden sie langsamer und können, wenn sie zufällig die oben berechnete Geschwindigkeit v erlangen, den Kondensator geradlinig durchfliegen. Sie haben dabei aber sicher eine falsche Richtung, sodass sie auch nicht registriert werden. Die Folge ist, dass bis auf Ausnahmen keine Teilchen mehr registriert werden.

2 Elektronen treten aus einer Glühwendel aus und werden mit der Spannung U_B auf die Geschwindigkeit $v = 8{,}4 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$ beschleunigt. Anschließend durchlaufen Sie einen mit einem Gas gefüllten Raumbereich.



Dort können die Elektronen die Gasatome mit der Energie 20 eV zum Leuchten anregen. Nach dem Verlassen des gasgefüllten Raums treten die Elektronen in ein Kondensatorfeld ein (siehe nicht maßstabsgerechte Skizze), in dem sie zur positiven Platte hin abgelenkt werden. Je nachdem, wie oft sie ein Gasatom angeregt haben, werden sie an einer ganz bestimmten Stelle auf die obere Kondensatorplatte treffen.

Abstand der Kondensatorplatten: $d = 10\,cm$, Spannung am Kondensator: $U_C = 100\,V$.

2.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Beschleunigungsspannung U_B etwa den Wert $U_B = 200\,V$ besitzt.

Die Elektronen werden im elektrischen Feld auf Grund der potentiellen Energie $E_{Pot} = e \cdot U_B$ *beschleunigt und besitzen beim Austritt aus der Beschleunigungszone die kinetische Energie* $E_{Kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$. *Durch Gleichsetzen dieser Energien erhält man die gesuchte Spannung:*

$$e \cdot U_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow U_B = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot e} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot \left(8{,}4 \cdot 10^6 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C} = 200{,}655\,V \approx 200\,V$$

Denkt man sich ein Koordinatensystem wie gestrichelt in die Skizze eingetragen, so kann man die Bahn der Elektronen durch die Gleichung $y = \frac{U_C}{4 \cdot d \cdot U_B} \cdot x^2$ beschreiben.

Die x-Achse liegt genau in der Mitte zwischen den Kondensatorplatten.

2.2 Leiten Sie die Gleichung ausgehend von den Gleichungen $x = v_0 \cdot t$ und $y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ her.

Zunächst wird der Parameter t eliminiert: $x = v_0 \cdot t \rightarrow t = \frac{x}{v_0} \rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{x^2}{v_0^2}$

Die Beschleunigung kann mit Hilfe der Newtonschen Bewegungsgleichung durch die Kraft im elektrischen Feld ersetzt werden:

$$E = \frac{F}{e} \rightarrow F = e \cdot E \ ; \ F = m \cdot a \rightarrow e \cdot E = m \cdot a \rightarrow a = \frac{e \cdot E}{m} \rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot E}{m} \cdot \frac{x^2}{v_0^2}$$

Für die elektrische Feldstärke gilt im homogenen Feld $E = \frac{U_C}{d} \rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot U_C}{m \cdot d} \cdot \frac{x^2}{v_0^2}$.

Mit der Formel in 2.1 gilt $e \cdot U_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \rightarrow v_0^2 = \frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m} \rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot U_C}{m \cdot d} \cdot \frac{x^2}{\frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m}} \rightarrow$

$$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot U_C}{m \cdot d} \cdot \frac{m \cdot x^2}{2 \cdot e \cdot U_B} = \frac{U_C}{4 \cdot d \cdot U_B} \cdot x^2 \quad q.e.d.$$

2.3 Berechnen Sie den x-Wert der Stelle auf der Kondensatorplatte, an der die Elektronen auftreffen, die kein Atom zum Leuchten angeregt haben.

Für y wird die Hälfte des Plattenabstandes d gewählt. Dann ergibt sich mit den gegebenen Größen

$$\frac{d}{2}=\frac{U_C}{4\cdot d\cdot U_B}\cdot x^2 \rightarrow x^2=\frac{2\cdot d^2\cdot U_B}{U_C} \rightarrow x=d\cdot\sqrt{\frac{2\cdot U_B}{U_C}}=0{,}1\,m\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 200\,V}{100\,V}}=0{,}1\cdot\sqrt{4}\,m\approx 0{,}2\,m=20\,cm$$

2.4 Geben Sie mit Begründung an, ob die x-Werte für die Stellen, an denen Elektronen auftreffen, die mehrmals ein Atom zum Leuchten angeregt haben, kleiner oder größer sein müssen als der x-Wert, der unter 2.3 zu berechnen ist.

Setzt man statt U_B wieder die Geschwindigkeit v_0 ein, so ergibt sich für x

$$e\cdot U_B=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_0^2 \rightarrow U_B=\frac{m\cdot v_0^2}{2\cdot e} \rightarrow x=d\cdot\sqrt{\frac{2\cdot U_B}{U_C}}=d\cdot\sqrt{\frac{m\cdot v_0^2}{e\cdot U_C}}=\sqrt{\frac{d^2\cdot m}{e\cdot U_C}}\cdot v_0$$

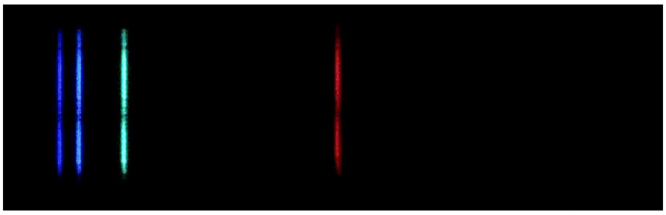
x ist also proportional zu v_0. Das folgt übrigens auch schon viel einfacher aus der gegebenen Gleichung $x=v_0\cdot t$.
Begründung: Die Ablenkung in y-Richtung ist unabhängig von der Beschleunigunsspannung U_B. Die Zeit, die benötigt wird, um zur Platte zu gelangen, ist deshalb immer gleich groß. t ist also in der Gleichung $x=v_0\cdot t$ eine Konstante, also gilt $x\sim v_0$.
Da durch das Anregen von Atomen die Energie und damit die Geschwindigkeit der Elektronen abnimmt, ist es so, als wären sie mit geringerer Spannung beschleunigt worden und der Auftreffort auf der Platte wird sich zu kleineren x-Werten hin verschieben.

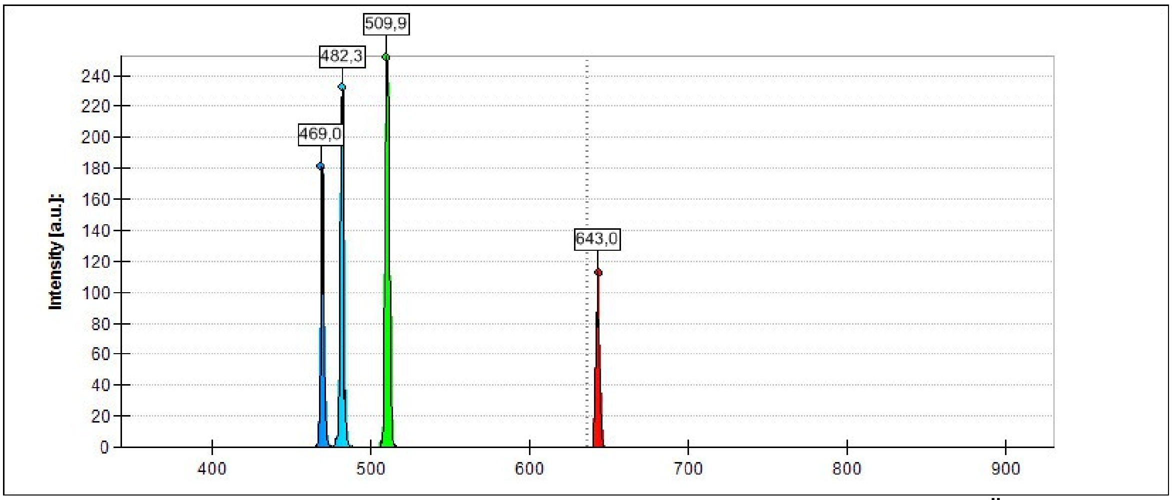
2.5 Geben Sie mit Begründung eine Formel an, mit der man den x-Wert für den Ort berechnen kann, an dem die Elektronen auftreffen, die n-mal ein Atom zum Leuchten angeregt haben.

Das n-malige Anregen von Atomen wirkt sich durch einen Energieverlust von $n\cdot 20\,eV$ aus. Es ist also so, als ob die Elektronen mit $U_B-n\cdot 20\,V$ beschleunigt worden wären.
Setzt man das in die oben entwickelte Gleichung ein, erhält man die gewünschte Formel:

$$x_n=d\cdot\sqrt{\frac{2\cdot(U_B-n\cdot 20\,V)}{U_C}}$$

3 Mit einem Spektrometer wird das folgende Cadmium-Spektrum und das dazugehörige Intensitätsdiagramm (siehe Seite 4) aufgezeichnet:





3.1 Markieren Sie im Cadmium-Energieniveauschema auf Seite 5 eindeutig die Übergänge zu den beobachteten Linien.

3.2 Berechnen Sie zu dem Übergang mit $\lambda = 326{,}1\,nm$ (rechts unten im Termschema) die Übergangsenergie in den Einheiten Joule und eV.

Mit $E = h \cdot f$ *und* $c = f \cdot \lambda \rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$ *gilt*

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{326{,}1 \cdot 10^{-9}} J = 6{,}1 \cdot 10^{-19} J = \frac{6{,}1 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} eV = 3{,}8\,eV$$

3.3 Bestimmen Sie die Wellenlänge zu dem Übergang, der durch einen Pfeil gekennzeichnet ist (Energien an der linken Achse ablesen und abgelesene Werte dokumentieren).

Die Energien der Niveaus liegen bei etwa 2,3 eV und 5,2 eV, zum Übergang gehört also die Energie $(5{,}2 - 2{,}3)\,eV = 2{,}9\,eV = 2{,}9 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} J = 4{,}6 \cdot 10^{-19} J$.

Für die Wellenlänge gilt $E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{4{,}6 \cdot 10^{-19}} m = 4{,}3 \cdot 10^{-7} m = 430\,nm$

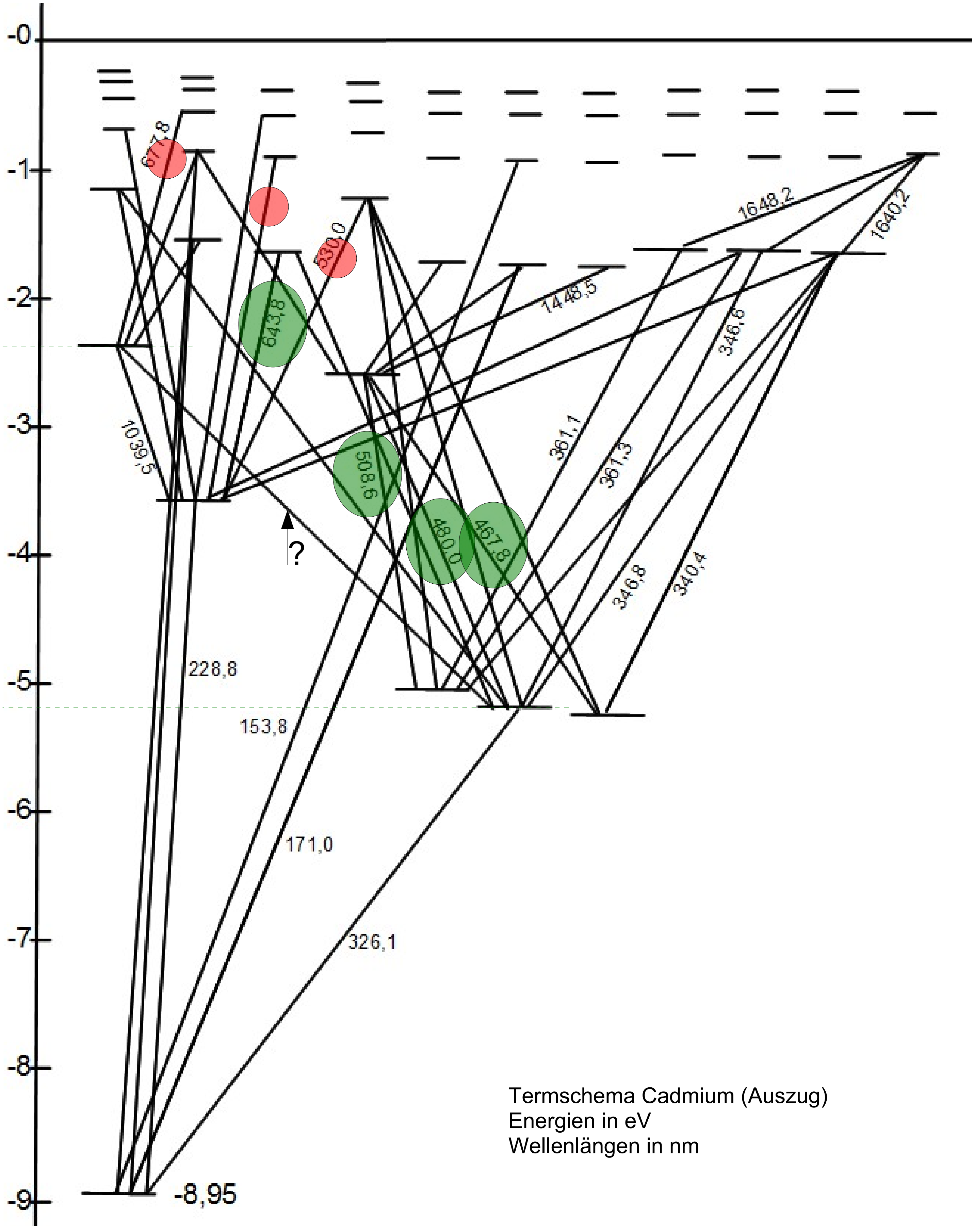
3.4 Es gibt Übergänge, die das Spektrometer eigentlich anzeigen müsste, weil sie im sichtbaren Bereich liegen, die aber von so geringer Intensität sind, dass das Gerät sie nicht registriert hat. Kennzeichnen Sie mindestens 3 dieser durch einen schrägen Strich markierten Übergänge im Termschema.

Das sichtbare Licht umfasst den Wellenlängenbereich von 380 nm bis 780 nm. Dazu gehören die Energien von 1,6 eV bis 3,3 eV. Linien aus diesem Bereich sind rot gekennzeichnet.

3.5 Begründen Sie durch Rechnung, dass im Bereich oberhalb von -1eV keine Übergänge im sichtbaren Bereich stattfinden können.

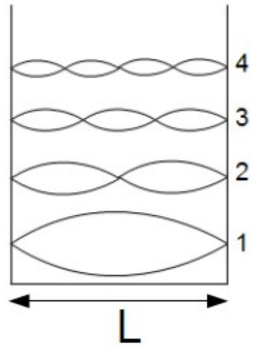
Zur maximalen Energie 1 eV gehört eine Wellenlänge im Infrarot-Bereich:

$\lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{1 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} m = 1{,}2 \cdot 10^{-6} m = 1200\,nm$. *Alle anderen Linien sind noch langwelliger.*



Termschema Cadmium (Auszug)
Energien in eV
Wellenlängen in nm

4 Mit dem Modell des linearen Potentialtopfes kann man näherungsweise die Abmessungen des Wasserstoffatoms berechnen.
Im 3. Quantenzustand besitzt das Elektron die Bindungsenergie $E=-1{,}51\,eV$.
Berechnen Sie die Länge L des Potentialtopfes und damit den Durchmesser des H-Atoms im Anregungszustand n=3.



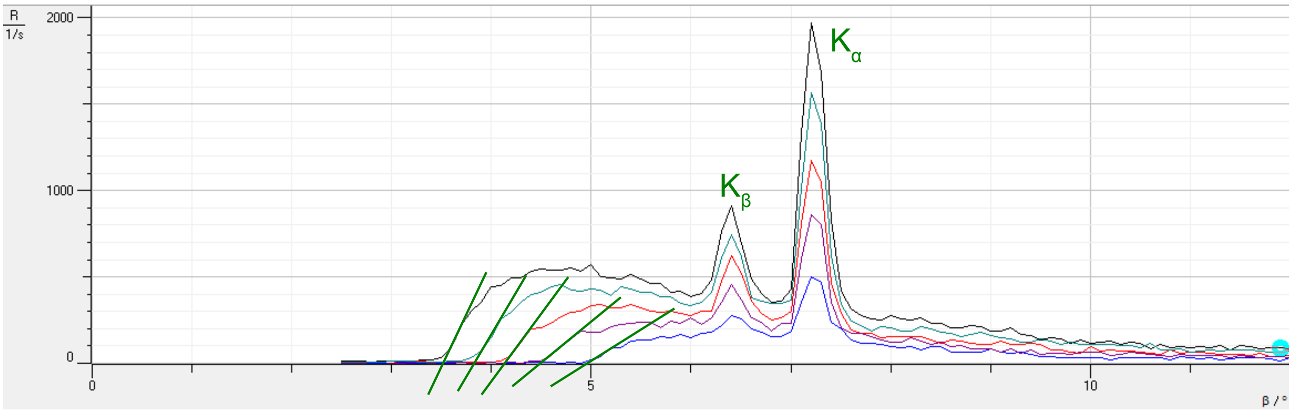
Für n=3 passen 3 halbe Wellenlängen in den Potentialtopf der Breite L.
Damit gilt $L=\frac{3}{2}\cdot\lambda$ *. Mit der de Broglie-Wellenlänge* $\lambda=\frac{h}{p}$ *, dem Impuls* $p=m\cdot v$ *und der Energie* $E=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$ *des Elektrons gilt dann:*

$$E=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2=\frac{m^2\cdot v^2}{2\cdot m}=\frac{p^2}{2\cdot m} \rightarrow p=\sqrt{2\cdot m\cdot E} \rightarrow \lambda=\frac{h}{\sqrt{2\cdot m\cdot E}} \rightarrow L=\frac{3}{2}\cdot\frac{h}{\sqrt{2\cdot m\cdot E}} \rightarrow$$

$$L=\frac{3\cdot 6{,}6\cdot 10^{-34}}{2\cdot\sqrt{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 1{,}51\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}}m\approx 1{,}5\cdot 10^{-9}m=1{,}5\,nm$$

---

5 Den Wert der Planckschen Konstante h kann man mit Hilfe der Grenzwellenlänge in Röntgenspektren bestimmen.



5.1 Leiten Sie unter Verwendung der Beziehung $\lambda=2\cdot d\cdot\sin\beta$ die Formel $h=\frac{2\cdot d\cdot e}{c}\cdot U\cdot\sin\beta$ her, in der d den Netzebenenabstand des benutzten NaCl-Kristalls, U die Beschleunigungsspannung der Röntgenröhre und β den Winkel für die Grenzwellenlänge angibt.

Die Elektronen werden in der Röntgenröhre mit der Energie $E=e\cdot U$ *beschleunigt. Wird die gesamte Energie beim Abbremsen der Elektronen in Licht umgesetzt, hat das Licht die Energie* $E=h\cdot f=\frac{h\cdot c}{\lambda}$ *mit minimalem λ. Da die Energien gleich sind, gilt* $e\cdot U=\frac{h\cdot c}{\lambda} \rightarrow h=\frac{e\cdot U\cdot\lambda}{c}$ *.*
Setzt man nun noch die gegebene Gleichung $\lambda=2\cdot d\cdot\sin\beta$ *ein, so ergibt sich*

$$h=\frac{e\cdot U\cdot 2\cdot d\cdot\sin\beta}{c}=\frac{2\cdot d\cdot e}{c}\cdot U\cdot\sin\beta$$

5.2 Berechnen Sie unter Berücksichtigung aller 5 Spektren den Wert für h.
Der verwendete NaCl-Kristall besitzt den Netzebenenabstand $d = 2{,}82 \cdot 10^{-10}\,m$.
Die Beschleunigungsspannungen haben die Werte 25000 V, 27500 V, 30000 V, 32500 V und 35000 V.

Das Spektrum für die größte Beschleunigungsspannung hat den Beginn beim kleinsten Winkel β. Damit ergibt sich mit aus dem Messgraph abgelesenen Winkeln folgende Messtabelle:

U in V	35000	32500	30000	27500	25000
β in °	3,5	3,8	4,2	4,5	5
h in Js	6,43E-034	6,48E-034	6,61E-034	6,49E-034	6,55E-034
h in Js	Mittelwert:	6,51E-034			

Die h-Werte wurden mit Hilfe der Formel in 5.1 berechnet. Der Mittelwert von $6{,}5 \cdot 10^{-34}\,Js$ ist eine gute Näherung zum Literaturwert $6{,}6 \cdot 10^{-34}\,Js$.

5.3 Begründen Sie, warum die sichtbaren K_α- und K_β-Linien für alle Beschleunigungsspannungen immer bei gleichen Winkeln zu finden sind.
Ordnen Sie die Bezeichnungen K_α und K_β den beiden Peaks mit Begründung zu.

Für die Anregung der Molybdän-Atome benötigt man unabhängig von der Beschleunigungsspannung immer dieselbe Energie. Steht diese Energie zur Verfügung, können die Atome angeregt werden. Die K_α-Linie wird durch den Übergang vom Niveau 2 zum Niveau 1 erzeugt, die K_β-Linie beim Übergang vom Niveau 3 zum Niveau 1. Die entsprechenden Energien sind immer gleich, d. h. die Peaks der Linien müssen auch immer bei denselben Winkeln auftreten. Da der Übergang vom 3. zum 1. Niveau energiereicher ist als der Übergang vom 2. zum 1. Niveau, liegt die K_β-Linie weiter links, bei kleineren Wellenlängen bzw. kleineren Winkeln.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!