Name: ______________________________ Rohpunkte : /

Bewertung :

1 Sisyphus ist es Leid, entsprechend der Strafe der Götter immer wieder einen Stein der Masse 100 kg auf einen steilen 50 m hohen Berg zu rollen, wobei ihm der Stein kurz vor dem Gipfel jedes Mal entgleitet und zurück rollt. Er will den kugelförmigen Stein nun mit einer bestimmten Anfangsgeschwindigkeit v_0 den Berg allein hinauf rollen lassen (jegliche Reibung ist ausgeschlossen).

1.1 Berechne die Anfangs-Geschwindigkeit, die der Stein mindestens haben muss.

Die potenzielle Energie E_{Pot}, die der Stein auf dem Berg haben wird, muss er als kinetische Energie E_{Kin} am Fuß des Berges mitbekommen:

$$E_{Pot}=E_{Kin} \rightarrow m\cdot g\cdot h=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \rightarrow v^2=2\cdot g\cdot h \rightarrow v=\sqrt{2\cdot g\cdot h}=\sqrt{2\cdot 10\cdot 50}\frac{m}{s}=\sqrt{1000}\frac{m}{s}\approx 31{,}6\frac{m}{s}$$

1.2 Warum kommt es bei der Antwort zu Aufgabe 1.1 nicht auf die Masse des Steins an?

Nach dem Gleichsetzen der Energien teilt sich die Masse heraus. Da die Masse in der Formel für v nicht mehr auftaucht, ist die Geschwindigkeit unabhängig von der Masse.

---

2 Welche Aussage kann man über die Kraft machen, die man aufwenden muss, wenn man einen Körper über einen Untergrund ziehen will und wenn der Gleitreibungskoeffizient für die beteiligten Materialien den Wert 2,0 besitzt?

In diesem speziellen Fall ist die Formel für die Gleitreibungskraft $F_{Gl}=2\cdot F_G$.
Die Reibungskraft ist also doppelt so groß wie die Gewichtskraft des Körpers.
Es wäre also einfacher, den Körper hochzuheben und ihn zu tragen als ihn über den (möglicherweise klebrigen) Untergrund zu ziehen.

---

3 In einer Tabelle findet man für die Reibung von Holz auf Stein den Haftreibungskoeffizienten $\mu_H=0{,}7$ und den Gleitreibungskoeffizienten $\mu_{Gl}=0{,}3$.

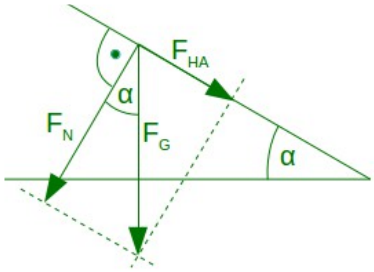
3.1 Berechne die Kraft, mit der man ein auf Stein ruhendes Stück Holz der Masse $m=35\,kg$ ziehen muss, damit es sich auf waagerechter Unterlage anfängt zu bewegen.

Gefragt ist nach der Haftreibungskraft F_H.

Die Gewichtskraft F_G beträgt $F_G=m\cdot g=35\,kg\cdot 10\frac{m}{s^2}=350\,N$.

$$F_H=\mu_H\cdot F_G=0{,}7\cdot 350\,N=245\,N$$

3.2 Auf einer schiefen Ebene (Neigungswinkel 30°) aus Stein liegt der Holzklotz aus Aufgabe 3.1. Bei einer auf ihn wirkenden Kraft F_1 fängt der Holzklotz an sich zu bewegen. Für das weitere Abrutschen auf der schiefen Ebene muss man dann keine Kraft mehr einwirken lassen.
Erkläre, warum das so sein kann.
Nur für Zusatzpunkte(!): Berechne die Kraft F_1 und zeige rechnerisch, dass nach Beginn der Bewegung keine weitere Kraft mehr wirken muss.



Auf einer schiefen Ebene wirkt wegen der Gewichtskraft F_G eine Hangabtriebskraft F_{HA}, die den Holzklotz nach unten zieht. Ist die Haftreibungskraft F_H größer als F_{HA} und die Gleitreibungskraft F_{Gl} kleiner als F_{HA}, so kann der beschriebene Vorgang stattfinden.
Statt der Gewichtskraft F_G muss man in den Reibungsformeln mit der Normalkraft F_N rechnen, da dieses die Kraft ist, mit der der Klotz auf die Unterlage gedrückt wird.

Rechnung:

$$\sin\alpha=\frac{F_{HA}}{F_G} \rightarrow F_{HA}=F_G\cdot\sin\alpha=350\,N\cdot0{,}5=175\,N$$

$$\cos\alpha=\frac{F_N}{F_G} \rightarrow F_N=F_G\cdot\cos\alpha=350\,N\cdot0{,}866=303\,N$$

$$F_H=\mu_H\cdot F_N=0{,}7\cdot303\,N=212\,N>175\,N=F_{HA}$$

$$F_{Gl}=\mu_{Gl}\cdot F_N=0{,}3\cdot303\,N=91\,N<175\,N=F_{HA}$$

---

4 Auf einer schwach geneigten Ebene rollt eine Kugel reibungsfrei. Die Tabelle zeigt den Zusammenhang zwischen der vergangenen Zeit und der zurückgelegten Strecke.

Zeit t in s	Strecke s in cm
0	0
2	3
4	13
6	29
8	51
10	80

4.1 Gib die Bewegungsart der Kugel an mit einer Begründung, die sich auf die Messwerte bezieht.

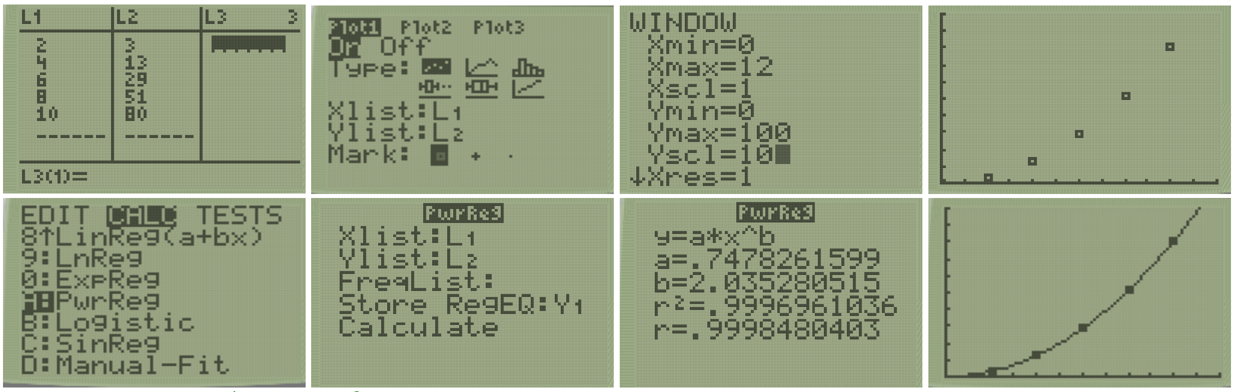
Die Zeitangaben nehmen in der Tabelle um jeweils 2 s zu.
Die Streckenlängen dagegen nehmen im Lauf der Zeit immer mehr zu. Die Differenzen zwischen zwei Messungen sind: 3 cm, 10 cm, 16 cm, 22 cm, 29 cm.
Es liegt also eine beschleunigte Bewegung vor.

4.2 Stelle mit Hilfe einer Regression mit Taschenrechner-Unterstützung (Dokumentation!) die Bewegungsgleichungen für die Kugel auf.
Die x-Achse soll dabei in Richtung der Ebene zeigen.

In diesem Fall gelten folgende Bewegungsgleichungen:

$$x=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 \;\; ; \;\; v_x=a\cdot t \;\; ; \;\; a=a_0=const\,.$$

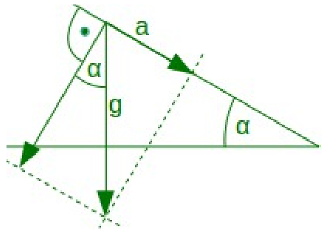
Beim Taschenrechner werden in Liste L1 die Zeiten und in Liste L2 die Strecken eingetragen:



Ergebnis: $y=a\cdot x^b=0{,}75\cdot x^2$ *bzw. mit den Bezeichnungen in der Bewegungsgleichung:*

$x=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2=0{,}75\cdot t^2 \rightarrow \frac{1}{2}\cdot a=0{,}75 \rightarrow a=2\cdot0{,}75=1{,}5$ *Da die Strecken in der Einheit cm gemessen wurden, gilt hier* $a=1{,}5\frac{cm}{s^2}=0{,}015\frac{m}{s^2} \rightarrow x=0{,}0075\frac{m}{s^2}\cdot t^2 \;\; ; \;\; v_x=0{,}015\frac{m}{s^2}\cdot t\,.$

4.3 Bestimme rechnerisch den Neigungswinkel der Ebene.



Zwischen dem Neigungswinkel α, der Erdbeschleunigung g und der wirksamen Beschleunigung a gilt die Beziehung $\sin\alpha=\frac{a}{g}$.

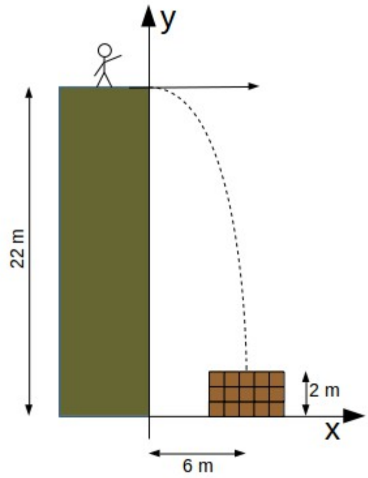
Mit dem gefundenen Wert aus 4.2 ergibt sich

$$\sin\alpha=\frac{0{,}015}{10}=0{,}0015 \rightarrow \alpha=\arcsin\ 0{,}0015=0{,}086°$$

na ja, da muss die Reibung schon ganz schön gering sein ;-)

5

Ein Stuntman springt von einem 22 m hohen Haus auf einen 2 m hohen Karton-Stapel.
Die Mitte des Karton-Stapels ist 6 m von der Hauskante entfernt.
Der Stuntman nimmt Anlauf und verlässt das Haus in waagerechter Richtung mit der Geschwindigkeit v_0.



5.1 Stelle die Bewegungsgleichungen für den Sprung auf.

Es liegt der Fall „waagerechter Wurf" vor:

$$x=v_0\cdot t\ ;\ v_x=v_0$$

$$y=-\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2+h_0\ ;\ v_y=-g\cdot t$$

5.2 Berechne die Geschwindigkeit v_0.

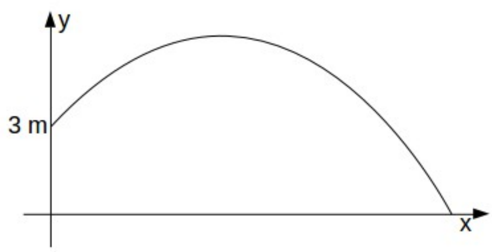
$$x=v_0\cdot t \rightarrow t=\frac{x}{v_0}\ ;\ y=-\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2+h_0=-\frac{1}{2}\cdot g\cdot\frac{x^2}{v_0^2}+h_0$$

Mit $x=x_K=6m$ *und* $y=y_K=2m$ *folgt* $y_K=-\frac{g\cdot x_K^2}{2\cdot v_0^2}+h_0 \rightarrow \frac{g\cdot x_K^2}{2\cdot v_0^2}=h_0-y_K \rightarrow v_0^2=\frac{g\cdot x_K^2}{2\cdot(h_0-y_K)} \rightarrow$

$$v_0=\sqrt{\frac{10\cdot 6^2}{2\cdot(22-2)}}\frac{m}{s}=\sqrt{\frac{360}{40}}\frac{m}{s}=\sqrt{9}\frac{m}{s}=3\frac{m}{s}$$

6

Aus 3 m Höhe wird ein Ball schräg nach oben geworfen mit den Geschwindigkeiten $v_x=10\frac{m}{s}$ in x-Richtung und $v_y=10\frac{m}{s}$ in y-Richtung.



6.1 Stelle die Bewegungsgleichungen für den Ball auf.

x-Richtung : $x=v_x\cdot t$; y-Richtung : $y=v_y\cdot t-\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2+h_0$; $v=v_y-g\cdot t$

6.2 Berechne die größte Höhe, die der Ball erreicht.

Bedingung für den höchsten Punkt der Flugbahn: die Geschwindigkeit in y-Richtung ist gleich 0:

$$0=v_y-g\cdot t \rightarrow g\cdot t=v_y \rightarrow t=\frac{v_y}{g} \rightarrow y_{max}=v_y\cdot\frac{v_y}{g}-\frac{1}{2}\cdot g\cdot\frac{v_y^2}{g^2}+h_0=\frac{v_y^2}{g}-\frac{1}{2}\cdot\frac{v_y^2}{g}+h_0=\frac{1}{2}\cdot\frac{v_y^2}{g}+h_0=$$

$$\left(\frac{10^2}{2\cdot 10}+3\right)m=(5+3)m=8m$$ *Die größte Höhe beträgt also 8 m.*

6.3 Berechne, wo der Ball auf der x-Achse auftrifft.

Bedingung ist $y=0$. Daraus folgt mit $x=v_x \cdot t \rightarrow t=\frac{x}{v_x}$

$$y=0=v_y \cdot t-\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2+h_0=v_y \cdot \frac{x}{v_x}-\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_x^2}+h_0 \rightarrow \frac{g}{2 \cdot v_x^2} \cdot x^2-\frac{v_y}{v_x} \cdot x-h_0=0 \quad x^2-\frac{2 \cdot v_x \cdot v_y}{g} \cdot x-\frac{2 \cdot v_x^2 \cdot h_0}{g}=0$$

$$\rightarrow x_{1,2}=\frac{v_x \cdot v_y}{g} \pm \sqrt{\frac{v_x^2 \cdot v_y^2}{g^2}+\frac{2 \cdot v_x^2 \cdot h_0}{g}}=\left(10 \pm \sqrt{100+60}\right) m=\left(10 \pm \sqrt{160}\right) \approx \left(10 \pm 12{,}6\right) m$$

Sinnvoll ist nur die Lösung mit dem Pluszeichen: Die gesuchte Flugstrecke beträgt etwa 22,6 m.

Formeln:

$F_H=\mu_H \cdot F_G$ $\quad F_{Gl}=\mu_{Gl} \cdot F_G$ $\quad E=m \cdot g \cdot h$ $\quad F_G=m \cdot g$ $\quad E=\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

$s=\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ $\quad s=v \cdot t$ $\quad v=g \cdot t$

$\sin \alpha=\frac{GK}{HY}$ $\quad \cos \alpha=\frac{AK}{HY}$ $\quad \tan \alpha=\frac{GK}{AK}$

Rechne in der gesamten Arbeit mit $g=10 \frac{m}{s^2}$.

VIEL ERFOLG BEI DER BEARBEITUNG DER AUFGABEN !