Lösung

1 Ein Schiff hat bei stehendem Wasser die Geschwindigkeit $v_{Schiff}=10\frac{km}{h}$. Es fährt immer mit konstanter Geschwindigkeit v_{Schiff} flussaufwärts und flussabwärts zwischen den Ortschaften A-Stadt und B-Dorf. Beim Wechsel der Fahrtrichtung vergehe keine Zeit. Der Fluss fließt mit der Geschwindigkeit $v_{Fluss}=5\frac{km}{h}$, wodurch die tatsächliche Geschwindigkeit des Schiffs vergrößert oder verringert wird. A-Stadt und B-Dorf sind 30 km voneinander entfernt.

Die Hin- und Herfahrten kann man als Schwingung deuten. Berechnen Sie die Schwingungsdauer und die Frequenz.

flussauf:

$$v_{flussauf}=v_{Schiff}-v_{Fluss}=10\frac{km}{h}-5\frac{km}{h}=5\frac{km}{h} \rightarrow s=v_{flussauf}\cdot t_{flussauf} \rightarrow t_{flussauf}=\frac{s}{v_{flussauf}}=\frac{30\,km}{5\frac{km}{h}}=6\,h$$

flussab:

$$v_{flussab}=v_{Schiff}+v_{Fluss}=10\frac{km}{h}+5\frac{km}{h}=15\frac{km}{h} \rightarrow s=v_{flussab}\cdot t_{flussab} \rightarrow t_{flussab}=\frac{s}{v_{flussab}}=\frac{30\,km}{15\frac{km}{h}}=2\,h$$

Gesamtzeit: $t_{gesamt}=t_{flussauf}+t_{flussab}=6\,h+2\,h=8\,h$

Die Schwingungsdauer beträgt also 8 h und die Frequenz $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{8\,h}=\frac{1}{8\cdot 60\cdot 60\,s}\approx 3{,}5\cdot 10^{-5}\,Hz$.

---

2 Ein Federpendel mit der angehängten Masse $m=200\,g$ schwingt mit der Schwingungsdauer $T=0{,}5\,s$. Berechnen Sie, um wieviel die Feder ausgelenkt wird, wenn an sie die Masse 1 kg gehängt wird. Die Feder selbst sei masselos.

Berechnung der Federkonstante D:

$$T=2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{D}} \rightarrow T^2=4\cdot\pi^2\cdot\frac{m}{D} \rightarrow D=\frac{4\cdot\pi^2\cdot m}{T^2}=\frac{4\cdot\pi^2\cdot 0{,}2\,kg}{(0{,}5\,s)^2}\approx 31{,}6\frac{kg}{s^2}=31{,}6\frac{kg\cdot m}{s^2\cdot m}=31{,}6\frac{N}{m}$$

Berechnung der Auslenkung mit Hilfe des Hookeschen Gesetzes:

$$F_G=m\cdot g=1\,kg\cdot 10\frac{N}{kg}=10\,N \;;\; F=D\cdot s \rightarrow s=\frac{F}{D}=\frac{10\,N}{31{,}6\frac{N}{m}}\approx 0{,}317\,m$$

Die Feder wird beim Anhängen eines 1kg-Massestücks um knapp 32 cm ausgelenkt.

---

3 Ein harmonischer Schwinger mit der Amplitude $\hat{s}=12\,cm$ schwingt mit der Frequenz $f=2\,Hz$. Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Schwingers zum Zeitpunkt $t=3\,s$.

Es gilt $s(t)=\hat{s}\cdot\sin(\omega\cdot t)=\hat{s}\cdot\sin(2\cdot\pi\cdot f\cdot t)$ *und* $v(t)=\dot{s}(t)=\hat{s}\cdot 2\cdot\pi\cdot f\cdot\cos(2\cdot\pi\cdot f\cdot t) \rightarrow$

$$v(3\,s)=12\,cm\cdot 2\cdot\pi\cdot 2\,Hz\cdot\cos(2\cdot\pi\cdot 2\,Hz\cdot 3\,s)=48\cdot\pi\frac{cm}{s}\cdot\cos(12\cdot\pi)=48\cdot\pi\frac{cm}{s}\approx 150{,}8\frac{cm}{s}=1{,}508\frac{m}{s}.$$

4 Ein Fadenpendel mit kleinem Ausschlag besitzt auf der Erde die Schwingungsdauer $T=5\,s$. Berechnen Sie die Länge des Fadens.

$$T=2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow T^2=4\cdot\pi^2\cdot\frac{L}{g} \rightarrow L=\frac{T^2\cdot g}{4\cdot\pi^2}=\frac{5^2\cdot 10}{4\cdot\pi^2}m\approx 6{,}33\,m$$

---

5 Zwei Lautsprecher senden Töne mit den Frequenzen $f_1=870\,Hz$ und der unbekannten Frequenz f_2 aus. Es wird eine Schwebung der Frequenz $f=4\,Hz$ gemessen. Berechnen Sie alle möglichen Werte der Frequenz f_2.

Es gilt $f_{Schwebung}=|f_2-f_1| \rightarrow \pm f_{Schwebung}=f_2-f_1 \rightarrow f_{2a}=f_1+f_{Schwebung}=870\,Hz+4\,Hz=874\,Hz$ *;*

$f_{2b}=f_1-f_{Schwebung}=870\,Hz-4\,Hz=866\,Hz$

---

6 Eine sehr kurze Filmsequenz zeigt 2 gekoppelte Schwinger S_1 und S_2 mit der gleichen Frequenz und der gleichen Amplitude. S_1 ist immer etwas eher an einem Ort als S_2. Geben Sie mit Begründung an, was man über die Amplituden der beiden Schwinger in der unmittelbar folgenden Zeit aussagen kann.

S_1 zieht S_2 hinter sich her. Deshalb verliert S_1 Energie und S_2 gewinnt Energie. Damit wird in nächster Zeit die Amplitude von S_1 kleiner und von S_2 größer werden. Ist S_1 zur Ruhe gekommen, läuft der Vorgang der Energieübertragung nach einem Phasensprung von π/2 mit vertauschten Rollen ab.

---

7 Eine Welle mit der Wellenlänge $\lambda=2\,m$, der Amplitude $\hat{s}=0{,}1\,cm$ und der Frequenz $f=50\,Hz$ besitzt zur Zeit $t=7\,s$ an einem Ort x die Elongation $s(x,t)=0{,}05\,cm$. Berechnen Sie den Wert für x.

$$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{50\,Hz}=0{,}02\,s$$

$$s(x,t)=\hat{s}\cdot\sin\left(2\cdot\pi\cdot\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right) \rightarrow \frac{s(x,t)}{\hat{s}}=\sin\left(2\cdot\pi\cdot\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right) \rightarrow \arcsin\frac{s(x,t)}{\hat{s}}=2\cdot\pi\cdot\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\frac{1}{2\cdot\pi}\cdot\arcsin\left(\frac{s(x,t)}{\hat{s}}\right)=\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda} \rightarrow \frac{x}{\lambda}=\frac{t}{T}-\frac{1}{2\cdot\pi}\cdot\arcsin\left(\frac{s(x,t)}{\hat{s}}\right) \rightarrow x=\frac{t\cdot\lambda}{T}-\frac{\lambda}{2\cdot\pi}\cdot\arcsin\left(\frac{s(x,t)}{\hat{s}}\right) \rightarrow$$

$$x=\frac{7\cdot 2}{0{,}02}m-\frac{2}{2\cdot\pi}m\cdot\arcsin\left(\frac{0{,}0005\,m}{0{,}001\,m}\right)=700\,m-\frac{1}{\pi}m\cdot\arcsin 0{,}5\approx 700\,m-0{,}17\,m=699{,}83\,m$$

Der gesuchte Ort liegt etwa bei 700 m.

---

8 Eine an einer Küste gelegene Erdbebenmessstelle misst ein Signal, das entweder auf ein Erdbeben tief im Boden unter dem Wasser oder eine explodierte schwimmende Wassermine hindeutet. Geben Sie mit Begründung an, wie man diese beiden Ereignisse anhand des Signals unterscheiden kann.

Das Erdbeben im Erdboden wird sowohl Transversal- als auch Longitudinalwellen erzeugen. Da Longutudinalwellen schneller als Transversalwellen im Erdboden sind, werden von einem Erdbebenherd 2 Signale gemessen werden: Erst der Anteil der Longitudinalwelle, dann in etwas zeitlichem Abstand der Anteil der Transversalwelle.

Da Wasserteichen nur eine sehr geringe Bindung aufweisen (gegenüber dem Erdboden) werden im Wasser nur Longitudinalwellen entstehen. Man misst also nur 1 Signal im Lauf der Zeit.

Also: 1 Signal: Explosion im Wasser, 2 Signale: Erdbebenherd in der Erde.

---

9 Ein Unfallwagen mit eingeschaltetem Signalhorn bewegt sich mit $v=30\frac{m}{s}$ auf einen ruhenden Empfänger zu. Dadurch hört der Empfänger den Signalton höher, als er ausgestrahlt wird.
Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit sich der Empfänger auf den ruhenden Sender zubewegen müsste, damit dieselbe Tonerhöhung gehört wird.

Sender S bewegt, Empfänger E in Ruhe: $f_{E,1}=f_S\cdot\frac{c}{c-v_S}$

Sender S in Ruhe, Empfänger E bewegt: $f_{E,2}=f_S\cdot\frac{c+v_E}{c}$

Bedingung ist $f_{E,1}=f_{E,2}$ → $f_S\cdot\frac{c}{c-v_S}=f_S\cdot\frac{c+v_E}{c}$ → $c^2=(c+v_E)\cdot(c-v_S)=c^2+v_E\cdot c-v_S\cdot c-v_E\cdot v_S$ →

$$v_S\cdot c=v_E\cdot c-v_E\cdot v_S=v_E\cdot(c-v_S) \rightarrow v_E=v_S\cdot\frac{c}{c-v_S}=30\frac{m}{s}\cdot\frac{340\frac{m}{s}}{340\frac{m}{s}-30\frac{m}{s}}=30\cdot\frac{340}{310}\frac{m}{s}\approx 32{,}9\frac{m}{s}.$$

Der Empfänger muss sich also mit einer etwa größeren Geschwindigkeit auf den Sender zubewegen als der Sender auf den Empfänger, damit er die gleiche Tonhöhe hört.

---

10 Licht breitet sich in Luft (etwa) mit $c_{Luft}=300\,000\frac{km}{s}$ aus und trifft unter dem Einfalls-Winkel $\alpha=45°$ auf eine Wasserfläche. Im Wasser läuft das Licht unter dem Ausfallswinkel $\beta=32°$ weiter. Berechnen Sie die Lichtgeschwindigkeit c_{Wasser} im Wasser.

Es gilt $\frac{c_{Wasser}}{c_{Luft}}=\frac{\sin(\beta_{Wasser})}{\sin(\alpha_{Luft})}$ → $c_{Wasser}=c_{Luft}\cdot\frac{\sin(\beta_{Wasser})}{\sin(\alpha_{Luft})}=300\,000\frac{km}{s}\cdot\frac{\sin(32°)}{\sin(45°)}\approx 224\,825{,}7\frac{km}{s}$

Die Lichtgeschwindigkeit in Wasser beträgt als etwa $c_{Wasser}=225\,000\frac{km}{s}$.

VIEL ERFOLG BEI DER BEARBEITUNG DER AUFGABEN!