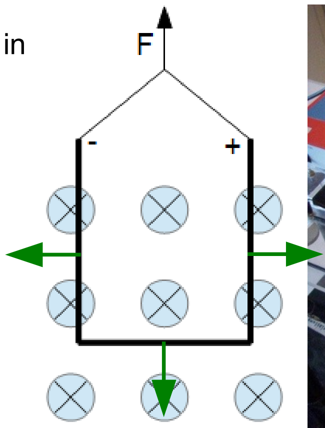
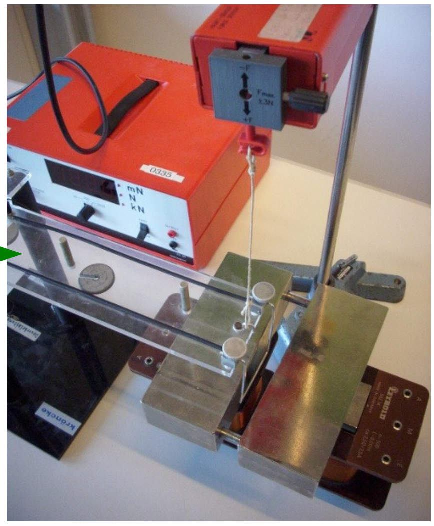
Lösung

1 Ein stromdurchflossener Leiter ist so in einem Magnetfeld mit konstanter Feldstärke B aufgehängt, dass der Strom überall senkrecht zu den magnetischen Feldlinien verläuft. Die Polung ist eingezeichnet, die magnetischen Feldlinien verlaufen senkrecht zur Papierebene.

Fließt kein Strom, zeigt der Kraftmesser die Gewichtskraft F des Leiters an. Gemessen wird nun zunächst die zusätzliche Kraft in Abhängigkeit von der Stromstärke.





Stromstärke I in A	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
Kraft F in N	0,00	1,00	1,75	2,50	3,34	4,25	5,00

a) Geben Sie an, warum eine weitere Kraft neben der Gewichtskraft auf den Leiter wirkt.

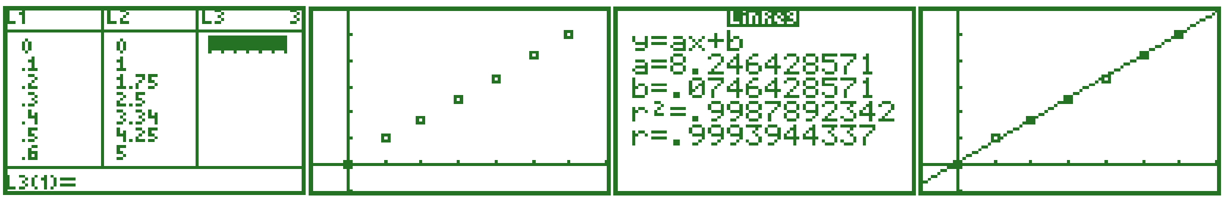
Ein stromdurchflossener Leiter erfährt im Magnetfeld eine Kraft - die Lorentzkraft.

b) Geben Sie an, in welche Richtung diese Kraft auf die 3 Bereiche des U-förmigen Leiters wirkt und warum man nicht alle Kraftanteile mit dem Messgerät misst.

Die eingezeichneten Pfeile geben die Richtung der Kraft an.
Die Kräfte auf die beiden Seitenteile heben sich auf, werden also nicht gemessen.

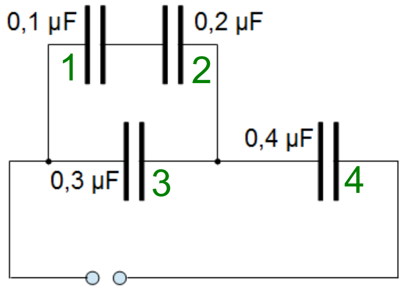
c) Ermitteln Sie (mit Begründung) einen funktionalen Zusammenhang zwischen den Messgrößen I und F. Zeigen Sie, dass dieser Zusammenhang vereinbar ist mit der Definitionsgleichung für die magnetische Feldstärke $B=\frac{F}{Q\cdot v}$.

Eine Auswertung mit dem Taschenrechner ergibt eine Ursprungs-Geradengleichung:



Kraft F und Stromstärke I sind also proportional: F~I.
Im Unterricht haben wir gesehen, dass man die Definitionsgleichung folgendermaßen umformen kann: $B=\frac{F}{Q\cdot v}=\frac{F}{I\cdot L}$ *. Bei konstantem Magnetfeld und konstanter Leiterlänge sind F und I quotientengleich, also gilt F~I.*

2 Berechnen Sie die Ersatzkapazität der Schaltung in nebenstehendem Schaltbild.



Zunächst werden die Kondensatoren 1 und 2 zusammengefasst:

$$\frac{1}{C_{12}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{1}{0{,}1\,\mu F}+\frac{1}{0{,}2\,\mu F}=\frac{2+1}{0{,}2\,\mu F} \rightarrow C_{12}=\frac{0{,}2}{3}\,\mu F=\frac{2}{30}\,\mu F$$

Dann werden C_{12} und C_3 zusammengefasst:

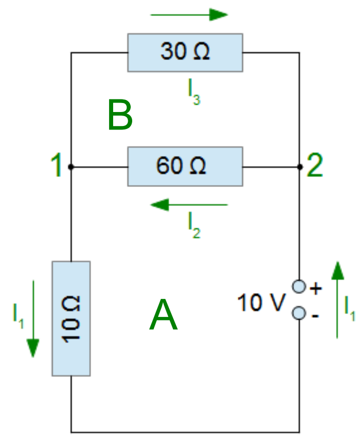
$$C_{123}=C_{12}+C_3=\frac{2}{30}\,\mu F+0{,}3\,\mu F=\frac{2}{30}\,\mu F+\frac{9}{30}\,\mu F=\frac{11}{30}\,\mu F$$

Nun werden noch C_{123} und C_4 zusammengefasst:

$$\frac{1}{C_{1234}}=\frac{1}{C_{123}}+\frac{1}{C_4}=\frac{30}{11\,\mu F}+\frac{10}{4\,\mu F}=\frac{120+110}{44\,\mu F}=\frac{230}{44\,\mu F} \rightarrow C_{1234}=\frac{44}{230}\,\mu F\approx 0{,}19\,\mu F\ .$$

---

3 Berechnen Sie mit Hilfe der Knoten- und Maschenregel alle in nebenstehender Schaltung auftretenden Stromstärken.



Knoten 1: $I_1-I_2+I_3=0$

Knoten 2: $-I_1+I_2-I_3=0$

Masche A: $60\,\Omega\cdot I_2+30\,\Omega\cdot I_3=0$

Masche B: $-10\,V+60\,\Omega\cdot I_2+10\,\Omega\cdot I_1=0$

Gleichungssystem für die Stromstärken aufstellen, Matrix bilden, reduzierte Matrix bilden:

$$\left(\begin{array}{ccccc} +I_1 & -I_2 & +I_3 & = & 0\,V \\ -I_1 & +I_2 & -I_3 & = & 0\,V \\ 0 & +60\Omega\cdot I_2 & +30\Omega\cdot I_3 & = & 0\,V \\ 10\Omega\cdot I_1 & +60\Omega\cdot I_2 & +0 & = & 10\,V \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 60 & 30 & 0 \\ 10 & 60 & 0 & 10 \end{pmatrix} \xrightarrow{rref} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{9} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Daraus folgt: $I_1=\frac{1}{3}A\ ;\ I_2=\frac{1}{9}A\ ;\ I_3=-\frac{2}{9}A$

Anzumerken ist: Es gibt 3 Variable (Stromstärken), aber 4 Gleichungen. Das Gleichungssystem ist also (scheinbar) überbestimmt. Die beiden Gleichungen zu den Knoten sind aber identisch (bis auf den Faktor -1), sodass es nur 3 unabhängige Gleichungen gibt.

Die Berechnung der Stromstärken hätte auch über die Regeln für Parallel- und Reihenschaltung erfolgen können: Parallelschaltung von 30 Ω und 60 Ω: $\frac{1}{R_{30-60}}=\frac{1}{30\Omega}+\frac{1}{60\Omega}=\frac{2+1}{60\Omega}=\frac{1}{20\Omega}$

Reihenschaltung von 20 Ω und 10 Ω: $R_{20-10}=20\Omega+10\Omega=30\Omega$

Gesamtstromstärke: $I_{gesamt}=\frac{U}{R_{gesamt}}=\frac{10\,V}{30\,\Omega}=\frac{1}{3}A$

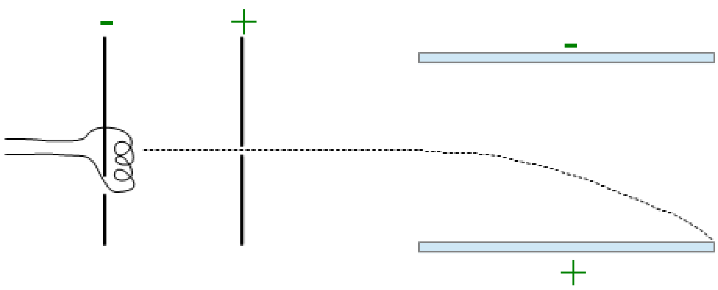
Für die Spannung an der Verzweigung gilt: $U_{20} = 20\,\Omega \cdot I_{gesamt} = \frac{20}{3}V$

Damit folgt für die Absolutwerte der Teilströme in der Verzweigung:

$$I_2 = \frac{\frac{20}{3}V}{60\,\Omega} = \frac{20}{180}A = \frac{1}{9}A \quad ; \quad I_3 = \frac{\frac{20}{3}V}{30\,\Omega} = \frac{20}{90}A = \frac{2}{9}A$$

---

4 Aus einem Glühdraht austretende Elektronen werden in einem Kondensatorfeld beschleunigt und dann in einem zweiten Kondensator abgelenkt.
Diese Ablenkung ist so stark, dass die Elektronen genau am Ende der unteren Kondensatorplatte auftreffen.



Gegeben sind:
Beschleunigungsspannung $U_B = 1000\,V$
Abstand der Kondensatorplatten $d = 10\,cm$
Länge des rechten Plattenkondensators $L = 40\,cm$
Der Elektronenstrahl tritt genau in der Mitte zwischen den Kondensatorplatten in das Kondensatorfeld ein.

a) Zeichnen Sie an den beiden Kondensatoren die Polung ein (+ und -).

b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der die Elektronen den linken Kondensator verlassen.

Die potentielle Energie des elektrischen Feldes $E_{Pot} = e \cdot U_B$ *wird in die kinetische Energie* $E_{Kin} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2$ *umgewandelt. Also gilt:*

$$e \cdot U_B = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 \rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m_e} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \frac{m}{s} \approx 1{,}875 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$$

c) Zeigen Sie, dass man die am rechten Kondensator anliegende Spannung U_C mit der Formel $U_C = 4 \cdot d \cdot U_B \cdot \frac{y}{x^2}$ berechnen kann.

Aufstellen der Bewegungsgleichungen für die Elektronen und Entfernen der Zeit t:

$$x = v \cdot t \;\; ; \;\; y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow t = \frac{x}{v} \rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{x^2}{v^2}$$

Die Beschleunigung a ergibt sich aus der Newtonschen Bewegungsgleichung $F = m_e \cdot a \rightarrow a = \frac{F}{m_e}$

und der Gleichung für die Kraft im elektrischen Feld $E = \frac{F}{e} \rightarrow F = e \cdot E$ *und der Gleichung für die elektrische Feldstärke im homogenen Kondensatorfeld* $E = \frac{U_C}{d}$ *:*

$$y=\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{x^2}{v^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{F}{m_e}\cdot\frac{x^2}{v^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{e\cdot E}{m_e}\cdot\frac{x^2}{v^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{e\cdot\frac{U_C}{d}}{m_e}\cdot\frac{x^2}{v^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{e\cdot\frac{U_C}{d}}{m_e}\cdot\frac{x^2}{\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m_e}}=\frac{U_C\cdot x^2}{4\cdot d\cdot U_B}\rightarrow U_C=\frac{4\cdot d\cdot U_B\cdot y}{x^2}$$

Wert von U_C (war nicht gefragt, wird aber bei d) benötigt): Einsetzen der Koordinaten L und d/2 der rechten unteren Ecke des Plattenkondensators: $U_C=\frac{4\cdot 0{,}1\cdot 1000\cdot 0{,}05}{0{,}4^2}V=125V$

d) Beim Auftreffen auf die Plattenkante fliegen die Elektronen (noch) nicht senkrecht zu ihrer ursprünglichen Bahn. Berechnen Sie, wie viel Grad an 90° noch fehlen.

Berechnet werden muss die Steigung mit Hilfe der Ableitung der zur Bahnkurve gehörenden Funktionsgleichung an der Stelle $\left(L/\frac{d}{2}\right)$: $y'=\frac{U_C\cdot 2x}{4\cdot d\cdot U_B}=\frac{U_C\cdot x}{2\cdot d\cdot U_B}=\frac{125\cdot 0{,}4}{2\cdot 0{,}1\cdot 1000}=0{,}25=\tan\alpha\rightarrow$ $\alpha=\arctan(0{,}25)\approx 14°$ *An 90° fehlen also noch 76°.*

e) Könnte man es bei starker Vergrößerung der Kondensatorabmessungen erreichen, dass die Elektronen exakt senkrecht nach unten fliegen?

Nein, das geht nicht, da sich die Elektronen in x-Richtung mit konstanter Geschwindigkeit bewegen und damit immer eine Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung vorliegt.

f) Berechnen Sie, wie lang (unter sonst gleichen Bedingungen) der Kondensator sein müsste, wenn die Kondensatorspannung genau so groß wie die Beschleunigungsspannung sein würde und begründen Sie, warum diese Länge nicht von dem Wert der angelegten Spannung abhängt.

$$y=\frac{U_C\cdot x^2}{4\cdot d\cdot U_B}\ ;\ U_B=U_C\rightarrow y=\frac{x^2}{4\cdot d}\ ;\ y=\frac{d}{2}\ ;\ x=L\rightarrow\frac{d}{2}=\frac{L^2}{4\cdot d}\rightarrow L^2=2d^2=2\cdot 0{,}1^2m^2\rightarrow$$

$L^2=0{,}02m^2\rightarrow L=\sqrt{0{,}02}m\approx 0{,}141m$ *Der Kondensator müsste etwa 14 cm lang sein.*

---

5 Berechnen Sie, wie man die Spannung eines Kondensators ändern muss, damit sich bei Verdoppelung des Plattenabstandes, bei Verdreifachung der Plattengröße und bei einem 5-mal so großen ε_r die gleiche Ladung auf dem Kondensator befindet.

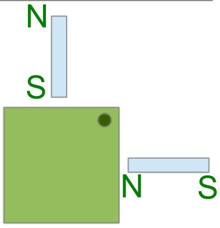
Es gelten folgende Gleichungen: $C=\frac{Q}{U}\ ;\ C=\varepsilon_0\cdot\frac{A}{d}\rightarrow\frac{Q}{U}=\varepsilon_0\cdot\frac{A}{d}\rightarrow Q=\frac{\varepsilon_0\cdot A\cdot U}{d}$

Da die Ladung gleich bleiben soll, gilt: $\frac{\varepsilon_0\cdot A\cdot U}{d}=\frac{5\varepsilon_0\cdot 3A\cdot x\cdot U}{2d}=\frac{15}{2}\cdot\frac{\varepsilon_0\cdot A\cdot x\cdot U}{d}\rightarrow x=\frac{2}{15}$

Die Spannung des Kondensators dürfte nur noch 2/15 der ursprünglich angelegten Spannung betragen.

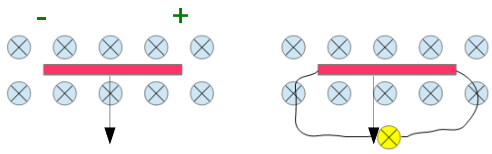
---

6 Schreiben Sie N und S so an die Stabmagnete, dass der Leuchtpunkt auf dem beobachteten Schirm nach oben rechts wandert.



---

7 Ein Leiterstück fällt waagrecht liegend durch die parallel zum Erdboden verlaufenden magnetischen Feldlinien des Erdfeldes. Zeichnen Sie links ein, an welchem Ende sich dabei der Minus- und wo der Pluspol bildet. Wäre es prinzipiell möglich, dadurch eine Glühlampe in der gezeigten Schaltung zum Leuchten zu bringen?



Links würde sich ein Minuspol und rechts ein Pluspol bilden.

Es wäre nicht möglich, die Glühlampe zum Leuchten zu bringen, wenn diese sich mit dem roten Leiter zusammen im Magnetfeld befindet, da dann im roten Leiter als auch im Glühlampen-Leiter die Elektronen eine Kraft nach links erfahren würden und an den beiden Anschlussstellen der Glühlampe kein Ladungsunterschied auftreten würde.

Wäre jedoch die Glühlampe (wie in der Zeichnung) außerhalb des Magnetfeldes, würde ein Strom durch die Lampe fließen. Prinzipiell wäre es also möglich, die Lampe zum Leuchten zu bringen. Ob aber die Spannung ausreicht, ist sehr fraglich. Wir werden darüber beim Thema elektromagnetische Induktion noch sprechen.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!