Lösung

1 Wir haben im Unterricht elektrische Felder durch Feldlinien beschrieben.

a) Was versteht man unter elektrischen Feldlinien?

Feldlinien sind gedachte Linien, deren lokale Richtung jeweils die Richtung der in einem Feld wirkenden Kraft angibt. Im elektrischen Feld versteht man dabei die Kraft auf eine positive Ladung.

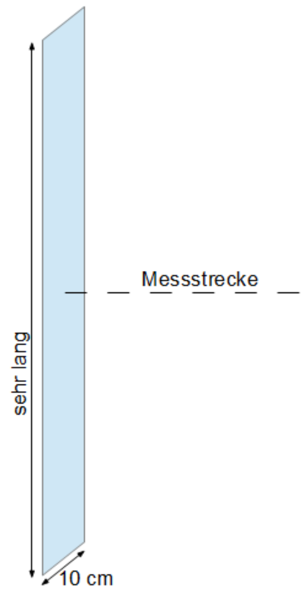
b) Warum gibt es keine Kreuzungspunkte (also keine Überschneidungen) bei Feldlinien?

Die Kraft auf eine positive Ladung ist überall eindeutig bestimmt. An einem Kreuzungspunkt gäbe es aber 2 verschiedene Richtungen.

---

2 Vom Schulneubau ist noch eine sehr lange dünne Metallplatte übrig geblieben, die eine Breite von 10 cm besitzt.

Die Platte wird elektrisch geladen und entlang der Messstrecke (siehe Skizze) wird dann die elektrische Feldstärke (in Skalenteilen) in Abhängigkeit vom Abstand von der Platte (in der Einheit cm) gemessen.

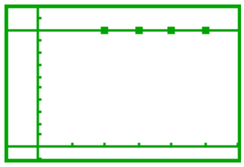


Messwerte:

Abstand r/cm	2	3	4	5	...	15	20	25	30	35	40
Feldstärke E/Skt.	10,0	10,0	10,0	10,0	...	8,0	6,0	4,8	4,0	3,5	3,0

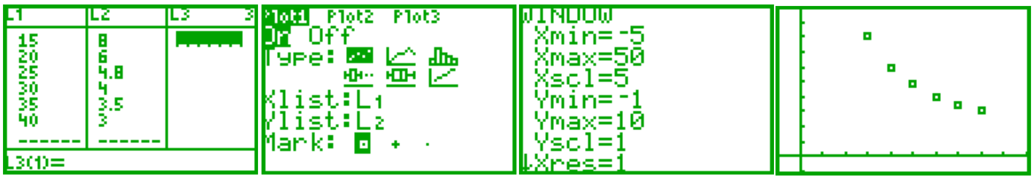
a) Werten Sie die Messreihe zeichnerisch und rechnerisch für jeden der beiden Messabschnitte (kleiner und größer 10 cm) aus und geben Sie als Ergebnis jeweils eine Formel an, die den Verlauf der Messwerte in dem jeweiligen Bereich beschreibt.
Dokumentieren Sie die Auswertung so, dass sie eindeutig nachvollziehbar ist.

Bereich 2 cm bis 5 cm:

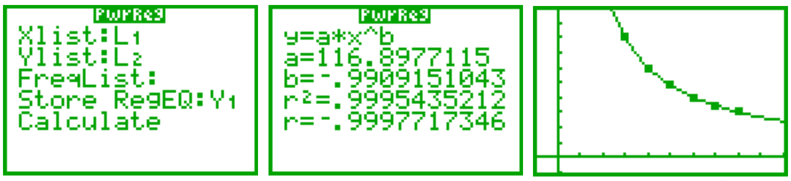


Die Messwerte sind in diesem Bereich konstant.
Die Formel für die zugehörige Funktionsgleichung ist damit $E(r)=10{,}0$.
Der Graph ist eine Parallele zur r-Achse im Abstand 10.

Bereich 15 cm bis 40 cm:



Aus dem Unterricht ist bekannt, dass die Abhängigkeit der elektrischen Feldstärke vom Abstand bei einer Stange und einer Kugel proportional 1/r bzw. 1/r² ist. Deshalb wird hier eine Regression zu einer Potenzfunktion gewählt:



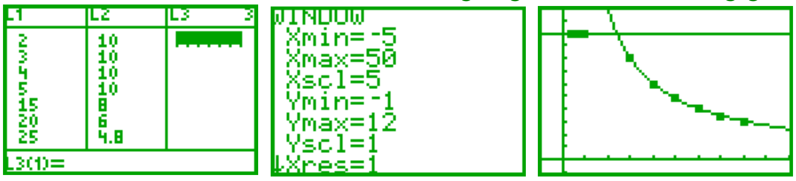
Es ergibt sich die Funktion $E(r)=117\,cm\cdot r^{-1}=117\,cm\cdot\frac{1}{r}$ *, also die Gleichung einer Hyperbel.*

b) Erläutern Sie, warum sich in den beiden Messbereichen unterschiedliche Formeln ergeben und begründen Sie auf Grund Ihrer Erkenntnisse aus dem Unterricht, warum die gefundenen Abhängigkeiten E(r) (elektrische Feldstärke E in Abhängigkeit vom Abstand r) sich ergeben müssen.

In der Nähe der Platte ist das Feld (näherungsweise) homogen. Die Feldstärke ändert sich damit (näherungsweise) nicht mit dem Abstand. Hier gilt $E(r)=10{,}0$ *.*

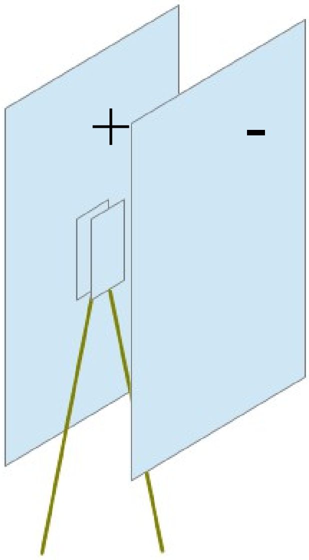
In größerer Entfernung macht sich die geringe Breite und die relativ große Höhe der Platte bemerkbar. Die Platte wirkt näherungsweise wie eine Stange. Dafür haben wir im Unterricht die Abhängigkeit E~1/r kennengelernt. Hier finden wir deshalb auch näherungsweise $E(r)=117\,cm\cdot\frac{1}{r}$

Aus dem Gesamtverlauf heraus kann man schließen, dass im nicht gemessenen Bereich zwischen 5 cm und 15 cm ein Übergang von der Abhängigkeit E~1 zu E~1/r erfolgt.



3

Zwei große Kondensatorplatten mit jeweils der Abmessung 30 cm x 30 cm sind elektrisch geladen (siehe Skizze).



a) 2 kleine ungeladene Metalllöffel (jeweils mit den Abmessungen 8 cm x 6 cm) werden so zwischen die großen Platten gebracht, dass alle Platten parallel zueinander liegen. Die kleinen Platten werden dann aneinandergedrückt und danach getrennt. Begründen Sie, warum sich auf den Platten dann Ladungen befinden und geben Sie an, auf welcher der kleinen Platten sich positive und wo sich negative Ladungen befinden (links/rechts).

Werden die kleinen Platten zwischen die großen Platten gebracht, so werden auf den kleinen Platten durch Influenz Ladungen getrennt.

Berühren sich die kleinen Platten, so sammeln sich auf der linken Platte negative Ladungen und auf der rechten Platte positive Ladungen (jeweils zu den großen Platten entgegengesetzte Ladung).

Trennt man dann die kleinen Platten im Plattenkondensator, so bleiben die Ladungen auf den kleinen Platten, wenn man diese aus dem Kondensator entfernt.

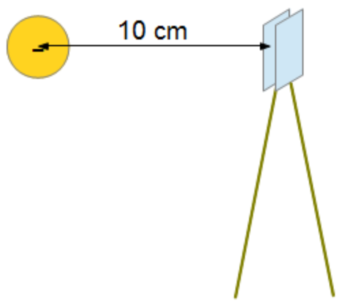
b) Auf jeder der kleinen Platten misst man die Ladung $Q_{klein}=4\,nC$.
Berechnen Sie, wieviel Ladung $Q_{groß}$ sich jeweils auf den großen Platten befindet.

Da die elektrische Feldstärke E für die großen und kleinen Platten gleich ist, ist auch die Flächenladungsdichte σ gleich. Also gilt:

$$\sigma_{klein}=\frac{Q_{klein}}{A_{klein}}=\frac{Q_{groß}}{A_{groß}}=\sigma_{groß} \rightarrow Q_{groß}=\frac{A_{groß}\cdot Q_{klein}}{A_{klein}}=\frac{30\,cm\cdot 30\,cm\cdot 4\,nC}{8\,cm\cdot 6\,cm}=75\,nC$$

Auf den großen Platten befindet sich die Ladung 75 nC.

c) Der gleiche Versuch wie unter a) wird nun im Feld einer negativ geladenen Kugel durchgeführt. Die kleinen Platten befinden sich beim Berühren und Trennen 10 cm vom Mittelpunkt der Kugel entfernt. Wieder wird nach dem Trennen auf den kleinen Platten die Ladung $Q_{klein}=4\,nC$ gemessen.
Geben Sie an, welche der kleinen Platten negativ und welche positiv geladen ist (links/rechts) und berechnen Sie, welche Ladung Q_{Kugel} sich auf der Kugel befindet.

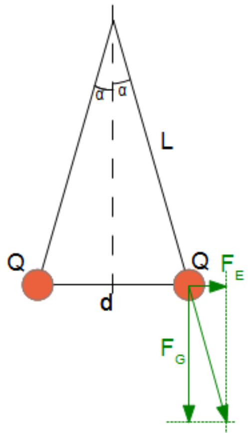


Wie bei a) wird auf den Platten durch Influenz Ladung getrennt. Die Platte, die sich näher bei der Kugel befindet, ist dann positiv und die andere Platte negativ geladen.

Näherungsweise seien die Plattenflächen ein kleiner Ausschnitt einer Kugel mit 10 cm Radius. Wären die Platten so groß wie die Oberfläche der Kugel, so würden sie die gleiche Ladung wie die Kugel besitzen (siehe Versuch im Unterricht zum coulombschen Gesetz). Die Ladungsmenge ist proportional zur Fläche. Also gilt hier mit $A_{Kugel} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

$$\sigma_{Kugel} = \frac{Q_{Kugel}}{A_{Kugel}} = \frac{Q_{klein}}{A_{klein}} = \sigma_{klein} \rightarrow Q_{Kugel} = \frac{Q_{klein} \cdot A_{Kugel}}{A_{klein}} = \frac{4\,nC \cdot 4 \cdot \pi \cdot 100\,cm^2}{8\,cm \cdot 6\,cm} = 104{,}7\,nC$$

Auf der Kugel befindet sich also etwa die Ladungsmenge 105 nC.



4 Zwei gleiche Kugeln, jeweils mit der Masse m = 2 g, hängen an dünnen (masselosen) Fäden der Länge L. Da die Kugeln mit gleicher Ladung Q = 10 nC geladen sind, stoßen sie sich ab, so dass ihre Mittelpunkte d = 5 cm voneinander entfernt sind.

Berechnen Sie die Länge L des Fadens.

Aus der Skizze entnimmt man folgende Beziehungen: $\sin\alpha = \frac{d}{2 \cdot L}$; $\tan\alpha = \frac{F_E}{F_G}$

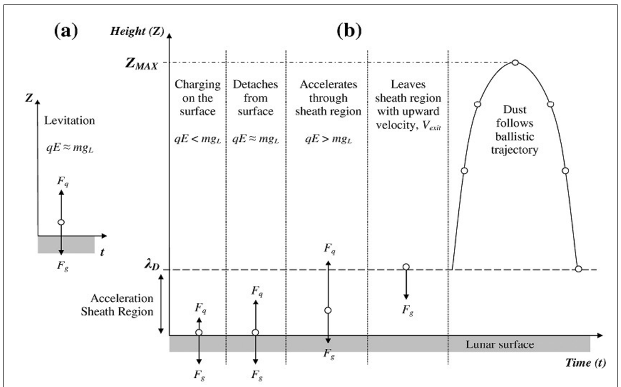
Daraus folgt $\tan\alpha = \frac{Q \cdot E}{m \cdot g}$; $E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{d^2}$; $L = \frac{d}{2 \cdot \sin\alpha}$ *und damit*

$$L = \frac{d}{2 \cdot \sin\alpha} = \frac{d}{2 \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{Q^2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot d^2 \cdot m \cdot g}\right)\right)} = \frac{5\,cm}{2 \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{10^{-16}}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81}\right)\right)} = 135{,}6\,cm$$

Der Faden hat also etwa die Länge 136 cm.

---

5 Die Astronauten, die vor 40 Jahren den Mond besucht haben, stellten fest, dass sich einige Meter über der Mondoberfläche Staub befand. In der letzten Woche hat die NASA nun einen Artikel veröffentlicht, in dem ein „Springbrunnen-Modell“ diese Beobachtung erklärt (siehe Link).



Quellen: http://www.lpi.usra.edu/meetings/lpsc2005/pdf/1899.pdf und http://science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2005/30mar_moonfountains/

Der Staub kann nur dann den Mondboden verlassen, wenn die Atome in den beteiligten Staubkörnern durch das Sonnenlicht ionisiert werden und die Staubkörner sich dann so stark voneinander abstoßen, dass sie ihre Gewichtskraft überwinden.
Der Durchmesser der beteiligten (kugelförmigen) Staubkörner wird mit 10^{-1} µm angegeben. Auf dem Mondboden berühren sich die Staubkörner. Wir nehmen der Einfachheit halber an, dass alle Staubkörner nach der Ionisation gleiche Ladungen besitzen und dass Abstoßungen sich nur zwischen 2 einzelnen benachbarten Staubkörpern ereignen.

Angenommen, jedes Staubkorn sei nur 1-fach ionisiert, d. h. es trägt die Elementarladung $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$. Finden Sie durch Berechnung heraus, ob dann 2 geladene unmittelbar benachbarte Staubkörner sich so abstoßen, dass eins der Staubkörner in den freien Raum geschleudert werden kann. Die Dichte des Materials, aus dem die Staubkörner zusammengesetzt sind, beträgt $4\frac{g}{cm^3} = 4 \cdot \frac{10^{-3} kg}{10^{-6} m^3} = 4000 \frac{kg}{m^3}$. Das Volumen einer Kugel berechnet sich aus dem Radius zu $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$. Der Ortsfaktor auf dem Mond beträgt $g_{Mond} = 1{,}620 \frac{m}{s^2}$.

Modellierung: Wir haben 2 mit der Ladung $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$ geladene Kugeln mit den Radien $r = 0{,}5 \cdot 10^{-1} \mu m = 5 \cdot 10^{-8} m$, die sich berühren, deren Mittelpunkte also den Abstand $2r = 10^{-7} m$ besitzen. Die Masse der Kugeln berechnet sich aus $m = \varrho \cdot V = 4000 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (5 \cdot 10^{-8})^3 kg \approx 2{,}09 \cdot 10^{-18} kg$. Nun ist zu berechnen, ob die Coulombkraft $F_C = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{(2 \cdot r)^2}$ größer als die Gewichtskraft $F_G = m \cdot g_{Mond}$ ist.

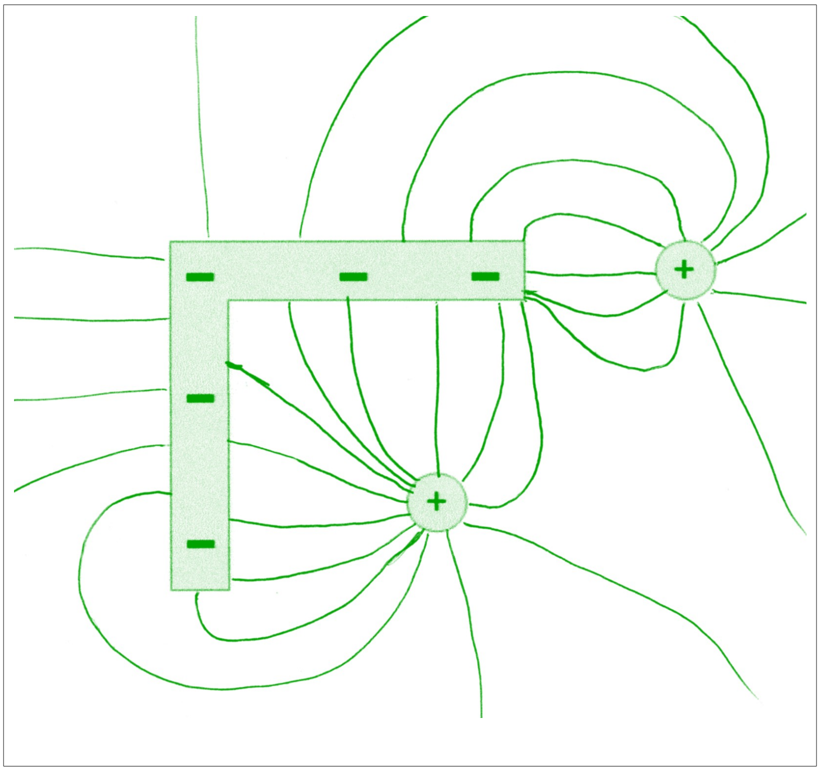
$$F_C = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{(2 \cdot r)^2} = \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot (10^{-7})^2} N \approx 2{,}315 \cdot 10^{-14} N$$

$$F_G = m \cdot g_{Mond} = 2{,}09 \cdot 10^{-18} \cdot 1{,}62 N = 3{,}39 \cdot 10^{-18} N$$

Es gilt $\frac{F_C}{F_G} = \frac{2{,}315 \cdot 10^{-14}}{3{,}386 \cdot 10^{-18}} \approx 6837$. Da die Coulombkraft fast 7000-mal so stark wie die Gewichtskraft eines Staubteilchens ist, kann das Staubteilchen in die Höhe geschleudert werden.

---

6 Zeichnen Sie ein Feldlinienbild. Der genaue Verlauf ist nicht wichtig und kann ohne Rechnung auch gar nicht ermittelt werden. Die Eigenschaften von Feldlinien müssen aber sowohl in der Nähe der geladenen Teile als auch in den Zwischenräumen im ganzen Rahmen genau zu erkennen sein.



Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!