

Lösung

- 1 Vor dem Fenster eines Hochhauses saust in 31 m Höhe über dem Erdboden ein Kaktus-Blumentopf mit der Geschwindigkeit $v_0 = 15,5 \frac{m}{s}$ vorbei.

a) Berechne, wie lange es noch dauert, bis der Topf auf dem Erdboden auftrifft.

Es handelt sich um einen senkrechten Wurf mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 . Die zugehörige Bewegungsgleichung lautet $y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - v_0 \cdot t + 31$. Gefragt ist der t-Wert für $y=0$.

$$0 = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - v_0 \cdot t + 31 \xrightarrow{\cdot \frac{-2}{g}} t^2 + \frac{2 \cdot v_0}{g} \cdot t - \frac{62}{g} = 0 \rightarrow t_{1,2} = -\frac{v_0}{g} \pm \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2} + \frac{62}{g}} = -\frac{15,5}{10} \pm \sqrt{\frac{15,5^2}{10^2} + \frac{62}{10}} \rightarrow$$

$$t_{1,2} = -1,55 \pm \sqrt{2,4025 + 6,2} = -1,55 \pm \sqrt{8,6025} \approx -1,55 \pm 2,933 \rightarrow t_1 \approx 1,383 ; t_2 = -4,483$$

Da der gesuchte Zeitpunkt in der Zukunft liegt, kommt nur die Lösung t_1 in Frage:

Es dauert etwa 1,4 s, bis der Blumentopf unten auf der Erde aufprallt.

- b) Die oberen Stockwerke des Hauses haben alle eine Höhe von 3 m.
Der Blumentopf ist aus der Ruhe heraus aus einem Blumenkasten heraus gefallen.
Berechne, aus dem wievielten Stockwerk über dem Beobachtungsfenster der Kaktus stammt.

Es ist zunächst nach der Höhe h gefragt, aus der der Blumentopf fallen muss, damit er in 31 m Höhe die Geschwindigkeit v_0 besitzt.

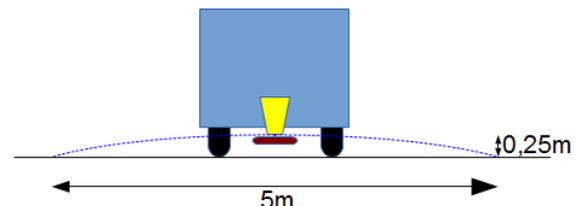
$$\text{Bewegungsgleichungen: } y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + h ; v = -g \cdot t \rightarrow t = -\frac{v}{g} \rightarrow y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v^2}{g^2} + h = \frac{-v^2}{2 \cdot g} + h \rightarrow$$

$$h = y + \frac{v^2}{2 \cdot g} = 31 + \frac{15,5^2}{2 \cdot 10} = 31 + 12,0125 = 43,0125 \approx 43 \text{ Der Blumentopf fiel also aus 43 m Höhe.}$$

Die Differenz bis zu 31 m beträgt 12 m. Da jedes Stockwerk die Höhe 3 m besitzt, stammt der Blumentopf wegen $12:3=4$ aus dem 4. Stockwerk über dem Beobachtungsfenster.

- 2 Im Winter fahren Streufahrzeuge durch die Straßen, die mit Hilfe einer schnell rotierenden Scheibe ein Salz/Sand-Gemisch auf der gesamten Fahrbahn verteilen. Dazu fahren die Fahrzeuge so, dass sich die Scheibe etwa in der Straßenmitte befindet. Durch die schnelle Scheibenrotation wird das Gemisch fast waagrecht weggeschleudert. Die Scheibe hat eine Höhe von 25 cm über der Straße. Die gestreuten Straßen haben eine Gesamtbreite von 5 m.

Berechne die Geschwindigkeit, mit der die Streuteilchen geschleudert werden müssen, damit sie den Straßenrand soeben noch erreichen (d. h. am Straßenrand auf dem Boden auftreffen).



*Es handelt sich um einen waagrechten Wurf mit der Abwurfgeschwindigkeit v_0 .
Bewegungsgleichungen:*

$$x(t) = v_0 \cdot t ; y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + 0,25 \text{ Gesucht ist } v_0 \text{ für } y(t)=0 \text{ und } x(t)=2,5.$$

$$x = v_0 \cdot t \rightarrow t = \frac{x}{v_0} \rightarrow y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + 0,25 = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2} + 0,25 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2} = 0,25 - y \rightarrow \frac{1}{v_0^2} = \frac{0,5 - 2 \cdot y}{g \cdot x^2} \rightarrow$$

$$v_0^2 = \frac{g \cdot x^2}{0,5 - 2 \cdot y} = \frac{10 \cdot 2,5^2}{0,5 - 2 \cdot 0} = \frac{62,5}{0,5} = 125 \rightarrow v_0 = \sqrt{125} \approx 11,18 \text{ Die Abwurfgeschwindigkeit muss also}$$

etwa $v_0 = 11,18 \frac{m}{s} = 11,18 \cdot 3,6 \frac{km}{h} = 40,25 \frac{km}{h} \approx 40 \frac{km}{h}$ betragen.

3 Bei einem schiefen Wurf ist der bekannte Geschwindigkeitsvektor mit dem Winkel α schräg nach oben gerichtet.

Gib an, aus welchen Elementen sich die Bewegungsgleichungen für die x- und die y-Richtung zusammensetzen.

Gehe dabei besonders auch darauf genau ein, wie der Geschwindigkeitsvektor berücksichtigt wird.

x-Richtung:

Die Bewegung in x-Richtung ist geradlinig, gleichförmig ($v = \text{const.}$) und hängt von der x-Komponente des Geschwindigkeitsvektors ab. Rechnerisch ergibt sich die Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung aus $v_x = v \cdot \cos \alpha$.

y-Richtung:

Die Bewegung setzt sich zusammen aus einer beschleunigten Bewegung (freier Fall) und einer geradlinig, gleichförmigen Bewegung ($v = \text{const.}$), deren Geschwindigkeit sich aus der y-Komponente des Geschwindigkeitsvektors ergibt: $v_y = v \cdot \sin \alpha$.

Nicht gefordert, aber der Vollständigkeit wegen hier die Bewegungsgleichungen:

$$x(t) = v_x \cdot t = v \cdot \cos \alpha \cdot t$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_y \cdot t = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v \cdot \sin \alpha \cdot t$$

4 Ein Luftkissenwagen wird mit der Masse $m_B = 5 \text{ g}$ beschleunigt. Man misst für unterschiedlich lange Strecken s die Gesamtzeit t .

Messwerte:

Strecke s in m	Gesamtzeit t in s
0,1	1,0
0,2	1,4
0,3	1,7
0,4	2,0
0,5	2,2
0,6	2,5
0,7	2,7
0,8	2,8
0,9	3,0
1,0	3,2



Bestimme rechnerisch mit Hilfe aller Messwerte für s und t die beschleunigte Masse m .

Mit der Newtonschen Bewegungsgleichung und der Bewegungsgleichung für die beschleunigte Bewegung ergibt sich:

$$F = m \cdot a ; F_G = m_B \cdot g ; F = F_G ; s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2} \rightarrow$$

$$m \cdot a = m_B \cdot g \rightarrow m = \frac{m_B \cdot g}{a} = \frac{m_B \cdot g}{\frac{2 \cdot s}{t^2}} = \frac{m_B \cdot g \cdot t^2}{2 \cdot s} = \frac{m_B \cdot g}{2} \cdot \frac{t^2}{s} = \frac{0,005 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{2} \cdot \frac{t^2}{s} = 0,025 \text{ N} \cdot \frac{t^2}{s}$$

Mit dem Taschenrechner werden für die einzelnen Messwerte die Werte für m berechnet:

L1 : s-Werte ; L2 : t-Werte ; L3 = $0.025 * L2^2 / L1$

L1	L2	M3	# 3
1	1	.25	
1	1,4	.245	
1	1,7	.24083	
1	2,0	.235	
1	2,2	.2242	
1	2,4	.21042	
1	2,6	.2036	

```
mean(L3)
.2499607143
```

Als Mittelwert (mean) ergibt sich etwa $0,24996 \text{ kg} \approx 250 \text{ g}$.

- 5 Ein Findling (=großer Stein; Masse $m = 3 \text{ t} = 3000 \text{ kg}$) liegt auf einem Rollbrett, so dass er auf glatter Unterlage reibungsfrei vorwärts bewegt werden kann. Man schiebt den Stein aus der Ruhe heraus $\Delta t = 20 \text{ s}$ lang mit der Kraft $F = 500 \text{ N}$.

Berechne, welche Geschwindigkeit der Stein nach dieser Zeitspanne besitzt.

Es liegt eine beschleunigte Bewegung vor. Mit der Newtonschen Bewegungsgleichung und der Bewegungsgleichung für die beschleunigte Bewegung ergibt sich:

$$F = m \cdot a ; v = a \cdot t \rightarrow a = \frac{v}{t} \rightarrow F = m \cdot a = m \cdot \frac{v}{t} \rightarrow v = \frac{F \cdot t}{m} = \frac{500 \text{ N} \cdot 20 \text{ s}}{3000 \text{ kg}} = \frac{10 \text{ m}}{3 \text{ s}} = \frac{10}{3} \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

- 6 Bei einem Oszilloskop wird ein Elektronenstrahl durch Kondensatorplatten waagrecht in x-Richtung und senkrecht in y-Richtung abgelenkt. Bei schnellen Ablenkungen bleibt die punktförmige Spur des Elektronenstrahls auf dem Bildschirm ein paar Millisekunden bestehen, so dass der Eindruck von gezeichneten Kurven entsteht.



Es wird in x-Richtung eine Wechselspannung angelegt mit der Gleichung $s(t) = 400 \cdot \sin t$ und in y-Richtung mit der Gleichung $s(t) = 300 \cdot \sin t$.

Beschreibe das auf dem Bildschirm entstehende Bild und bestimme rechnerisch die Funktionsgleichung des beobachteten Graphen.

Bewegungsgleichungen: $x(t) = 400 \cdot \sin t \rightarrow \sin t = \frac{x(t)}{400}$; $y(t) = 300 \cdot \sin t = 300 \cdot \frac{x(t)}{400} = \frac{3}{4} \cdot x(t)$

Da t im Gleichungsterm nicht explizit vorkommt, gilt: $y = \frac{3}{4} \cdot x$. Es liegt also eine Ursprungsgerade mit der Steigung $0,75$ vor.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!