



Lösung

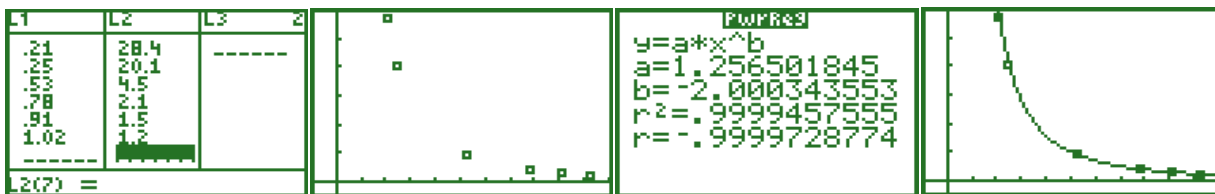
1 Im Jahr 1989 haben 2 Schüler der GFS am Jugend-forscht-Wettbewerb teilgenommen und unter anderem untersucht, wie die Luftreibungskraft bei Flugzeugen von der Windgeschwindigkeit abhängt (einer der ehemaligen Schüler ist jetzt in führender Position in einer großen Flugzeugfirma tätig). Die Luftreibungskraft F wurde mit einem Federkraftmesser in der Einheit N gemessen, die Luftgeschwindigkeit v ermittelten die Schüler, indem sie die Zeit t maßen, die kleine Schaumstoffkugelchen benötigten, um eine bestimmte Strecke s im Luftstrom eines Windkanals zurückzulegen. Hier eine (mögliche) Messtabelle:

t/s	0,21	0,25	0,53	0,78	0,91	1,02
F/N	28,4	20,1	4,5	2,1	1,5	1,2

$s = 1 \text{ m}$

Werte die Messtabelle aus mit dem Ziel, eine mathematische Funktion zu finden, die den Zusammenhang zwischen den Größen v und F darstellt. Dokumentiere die Überlegungen und Rechnungen.

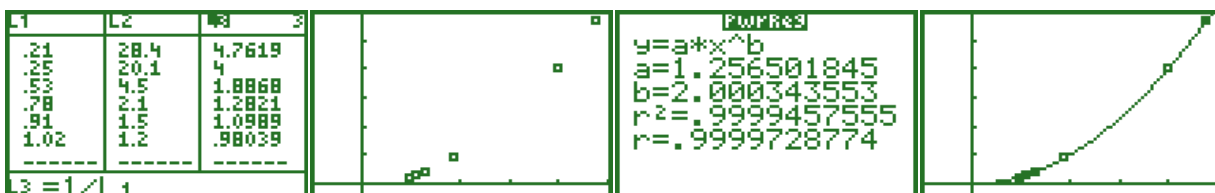
Lösungsmethode: Werte in Listen des GTR eingeben und graphisch darstellen lassen. Graph deutet auf Hyperbel hin. Ansatz Regression mit Potenzfunktion (PwrReg).



Exponent -2 zeigt, dass $F \sim \frac{1}{t^2}$. Da $v = \frac{s}{t}$, gilt $F \sim v^2$ und $F = 1,3 \cdot \left(\frac{1}{t}\right)^2 = 1,3 \cdot v^2$.

Zweite Methode: Wie oben, nur in Liste 3 den Kehrwert von t eintragen ($v = \frac{s}{t}$).

Graph deutet auf Parabel hin. Ansatz Regression mit Potenzfunktion (PwrReg). Exponent 2 zeigt, dass $F \sim v^2$ und $F = 1,7 \cdot v^2$.



2 Ein Fußball kann beim Abstoß eine Geschwindigkeit von $183 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ erreichen.

Nimm an, der Ball würde senkrecht nach oben geschossen und es würde keine Reibungseffekte geben. Berechne für diese Bedingungen die maximal erreichbare Höhe.

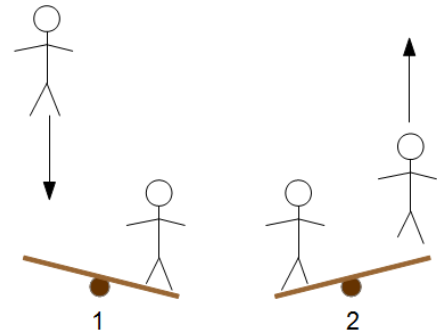
Unten (bei 1) ist nur kinetische Energie E_{kin} vorhanden, oben (bei 2) nur potentielle Energie E_{pot} . Daraus folgt mit $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ und $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$:

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(\frac{183}{3,6}\right)^2}{2 \cdot 10} \text{ m} \approx 129,2 \text{ m}$$

Der Ball würde also knapp 130 m nach oben fliegen.



- 3 Ein Artist (rechts, Masse 40 kg) steht auf einer Wippe. Ein anderer Artist (links, Masse 70 kg) fällt aus der Höhe $h=4\text{ m}$ auf die andere Seite der Wippe. Der Artist auf der rechten Seite wird dadurch hoch geschleudert und wird auf Grund seiner geringeren Masse höher fliegen als der linke Artist gefallen ist.



Berechne die Geschwindigkeit v , die der rechte Artist erreicht, wenn er bei der Absprunghöhe des linken Artisten angekommen ist.

Die potentielle Energie des linken Artisten bei 1 oben ist so groß wie seine kinetische Energie bei 1 unten und so groß wie die kinetische Energie des rechten Artisten bei 2 unten. Wenn der rechte Artist auf der Höhe des linken Artisten angekommen ist, besitzt er potentielle Energie (für $h=4\text{ m}$, Absprunghöhe des linken Artisten) und zusätzlich noch etwas kinetische Energie. Aus dieser kinetischen Energie kann man seine Geschwindigkeit berechnen. Für die Höhe 4 m gilt also:

$E_{\text{Pot-1-L-4m}} = E_{\text{Pot-2-R-4m}} + E_{\text{Kin-2-R-4m}}$. Daraus folgt:

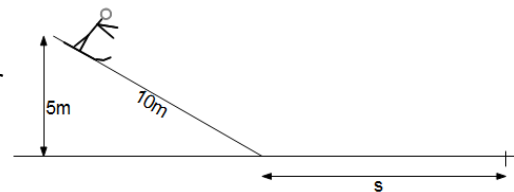
$$m_L \cdot g \cdot h_L = m_R \cdot g \cdot h_R + \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot v_{R-4m}^2 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot v_{R-4m}^2 = m_L \cdot g \cdot h_L - m_R \cdot g \cdot h_R \rightarrow v_{R-4m}^2 = \frac{2 \cdot m_L \cdot g \cdot h_L - 2 \cdot g \cdot h_R}{m_R}$$

$$\rightarrow v_{R-4m} = \sqrt{\frac{2 \cdot 70 \cdot 10 \cdot 4}{40} - 2 \cdot 10 \cdot 4} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \sqrt{140 - 80} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \sqrt{60} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 7,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Der rechte Artist fliegt also auf der Absprunghöhe des linken Artisten mit $7,7\text{ m/s}$ nach oben.

- 4 Ein Ski-Anfänger der Masse 100 kg kann zwar sicher auf den Brettern stehen, aber keine Kurven fahren und nicht bremsen.

Er rutscht aus 5 m Höhe einen 10 m langen Hang herab (hier wirkt die Normalkraft 870 N) und gleitet dann auf der Ebene weiter, bis er durch die Reibung zum Stehen kommt.



Berechne die Länge der Strecke s .

Der Skifahrer besitzt zu Beginn nur potentielle Energie $E_{\text{Pot}} = m \cdot g \cdot h$. Diese Energie wird umgewandelt in innere Energie $E_{\text{Schräge}} = \mu \cdot F_N \cdot L$ auf der Schräge (Länge L und Normalkraft F_N) und innere Energie $E_s = \mu \cdot m \cdot g \cdot s$ auf der waagrechten Strecke:

$$E_{\text{Pot}} = E_{\text{Schräge}} + E_s \rightarrow m \cdot g \cdot h = \mu \cdot F_N \cdot L + \mu \cdot m \cdot g \cdot s \rightarrow$$

$$s = \frac{m \cdot g \cdot h - \mu \cdot F_N \cdot L}{\mu \cdot m \cdot g} = \frac{100 \cdot 10 \cdot 5 - 0,1 \cdot 870 \cdot 10}{0,1 \cdot 100 \cdot 10} \text{ m} = \frac{5000 - 870}{100} \text{ m} = \frac{4130}{100} \text{ m} = 41,3 \text{ m}$$

Der Skifahrer wird also auf der waagrechten Strecke noch etwas mehr als 40 m gleiten, bis er zum Stillstand kommt.

- 5 a) Ein Körper fällt aus der Höhe h und erreicht am Boden die Geschwindigkeit v . Um welchen Faktor muss man h vergrößern, damit die Geschwindigkeit 9-mal so groß wird?

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \rightarrow v^2 \sim h \rightarrow (9 \cdot v)^2 = 81 \cdot v^2 \sim 81 \cdot h$$

Die Höhe muss also 81-mal so groß sein, damit die Geschwindigkeit 9-mal so groß wird.

- b) Ein Auto der Masse m besitzt die Anfangsgeschwindigkeit v und bremst mit blockierenden Rädern auf der trockenen Strecke s bis zum Stillstand ab. Wie ändert sich die Länge der Strecke, wenn das Auto die 4-fache Geschwindigkeit und die 10-fache Masse besitzt?

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{Reibung}} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot s \rightarrow \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = s \rightarrow v^2 \sim s \rightarrow (4 \cdot v)^2 = 16 \cdot v^2 \sim 16 \cdot s$$

Die Strecke ist 16-mal so lang, wenn sich die Geschwindigkeit vervierfacht. Da die Masse in der Proportionalitätsgleichung nicht vorkommt, spielt sie für das Ergebnis keine Rolle.

- 6 Von zwei baugleichen Mofas (Masse je 80 kg) fährt das eine mit der Geschwindigkeit $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ und das andere mit der Geschwindigkeit $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Berechne, wie viel Energie jedes der beiden Mofas benötigt, um auf die Geschwindigkeit $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ zu gelangen.

Mofa 1 benötigt die Energie $E_{10-40} = E_{40} - E_{10}$ und das Mofa 2 die Energie $E_{20-40} = E_{40} - E_{20}$.

$$E_{10} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot \left(\frac{10}{3,6}\right)^2 \text{ J} = \frac{80}{25,92} \cdot 100 \text{ J}$$

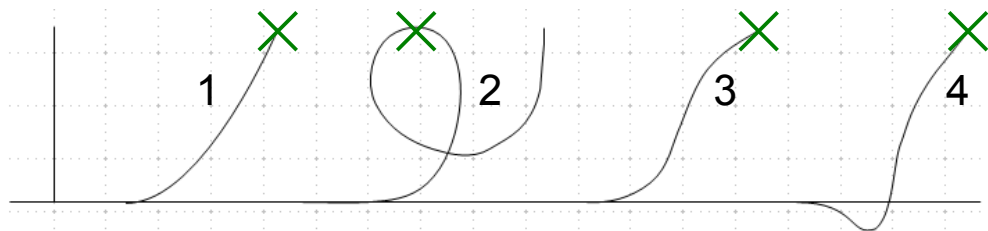
$$E_{20} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot \left(\frac{20}{3,6}\right)^2 \text{ J} = \frac{80}{25,92} \cdot 400 \text{ J}$$

$$E_{40} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot \left(\frac{40}{3,6}\right)^2 \text{ J} = \frac{80}{25,92} \cdot 1600 \text{ J}$$

$$\text{Mofa 1 benötigt } E_{10-40} = \frac{80}{25,92} \cdot (1600 - 100) \text{ J} = \frac{80}{25,92} \cdot 1500 \text{ J} = 4630 \text{ J}$$

$$\text{Mofa 2 benötigt } E_{20-40} = \frac{80}{25,92} \cdot (1600 - 400) \text{ J} = \frac{80}{25,92} \cdot 1200 \text{ J} = 3704 \text{ J}$$

- 7 Die linke senkrechte Strecke soll den senkrechten Wurf eines Körpers mit der Anfangsgeschwindigkeit v zeigen. Auf den Bahnen 1 bis 4 werden Kugeln mit derselben Anfangsgeschwindigkeit v von unten nach oben rollen gelassen. Zeichne auf den Bahnen ein, bis zu welchem Punkt diese Kugeln gelangen. Wenn sie über die Bahnen hinaus gelangen, zeichne an das obere Ende der Bahn einen Pfeil nach oben.



Bei Kurve 2 wird der Körper höchstens bis zum oberen Punkt der Schleife kommen, da er dort die Geschwindigkeit 0 besitzt und folglich abstürzen wird. In Wirklichkeit stürzt er schon eher ab, da die Geschwindigkeit nicht mehr ausreicht, um ihn durch die Fliehkraft an die Bahn zu drücken. Die anderen Bahnen werden bis nach ganz oben hin durchfahren, da erst dort die ganze anfängliche kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt ist.

- 8 Im Bremer Fallturm fallen Gegenstände im Vakuum aus 110 m Höhe. Unten werden sie durch aufgeschäumtes Material gleichmäßig und mit konstanter Kraft auf einer Strecke von etwa 6 m Länge abgebremst.

Berechne die Kraft, die ein fallender Gegenstand der Masse $m = 1 \text{ kg}$ aushalten muss.

Bei konstanter Kraft gilt „Energie ist Kraft mal Weg“. Die zu berechnende Kraft multipliziert mit dem Weg (6 m) ergibt also die Energie des Gegenstands, die gleich der potentiellen Energie ist:

$$F \cdot s = m \cdot g \cdot h \rightarrow F = \frac{m \cdot g \cdot h}{s} = \frac{1 \cdot 10 \cdot 110}{6} \text{ N} \approx 183 \text{ N}$$

Der Gegenstand muss also eine Kraft von etwa 180 N aushalten können. Das entspricht etwa der Gewichtskraft einer Masse von 18 kg.

Werte:

Reibung Ski auf Schnee: $\mu_{\text{gleit}} = 0,1$

Reibung Reifen auf trockenem Asphalt: $\mu_{\text{haft}} = 0,8$; $\mu_{\text{gleit}} = 0,6$

$$g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!