



Lösung

1 Im Jahr 1989 haben 2 Schüler der GFS am Jugend-forscht-Wettbewerb teilgenommen und unter anderem untersucht, wie die Luftreibungskraft bei Flugzeugen von der Windgeschwindigkeit abhängt (einer der ehemaligen Schüler ist jetzt in führender Position in einer großen Flugzeugfirma tätig). Die Luftreibungskraft F wurde mit einem Federkraftmesser in der Einheit N gemessen, die Luftgeschwindigkeit v ermittelten die Schüler, indem sie die Zeit t maßen, die kleine Schaumstoffkugelchen benötigten, um eine bestimmte Strecke s im Luftstrom eines Windkanals zurückzulegen. Hier eine (mögliche) Messtabelle:

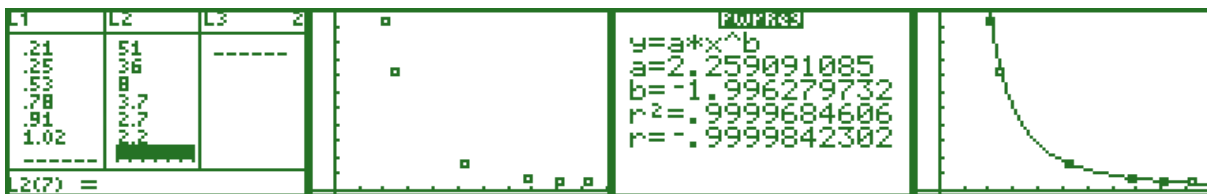
t/s	0,21	0,25	0,53	0,78	0,91	1,02
F/N	51,0	36,0	8,0	3,7	2,7	2,2

$s = 1 \text{ m}$

Werte die Messtabelle aus mit dem Ziel, eine mathematische Funktion zu finden, die den Zusammenhang zwischen den Größen v und F darstellt. Dokumentiere die Überlegungen und Rechnungen.

Lösungsmethode: Werte in Listen des GTR eingeben und graphisch darstellen lassen. Graph deutet auf Hyperbel hin. Ansatz Regression mit Potenzfunktion (PwrReg).

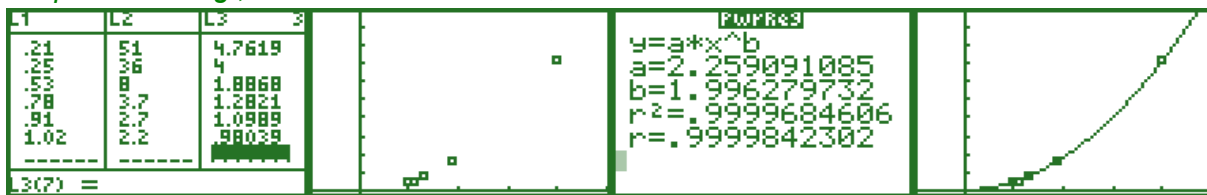
Exponent -2 zeigt, dass $F \sim \frac{1}{t^2}$. Da $v = \frac{s}{t}$, gilt $F \sim v^2$ und $F = 2,3 \cdot \left(\frac{1}{t}\right)^2 = 2,3 \cdot v^2$.



Zweite Methode: Wie oben, nur in Liste 3 den Kehrwert von t eintragen ($v = \frac{s}{t}$).

Graph deutet auf Parabel hin. Ansatz Regression mit Potenzfunktion (PwrReg).

Exponent 2 zeigt, dass $F \sim v^2$ und $F = 2,3 \cdot v^2$.



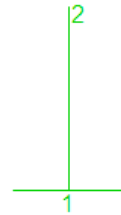
2 Ein Handball kann beim Abwurf eine Geschwindigkeit von $122 \frac{km}{h}$ erreichen.

Nimm an, der Ball würde senkrecht nach oben geworfen und es würde keine Reibungseffekte geben. Berechne für diese Bedingungen die maximal erreichbare Höhe.

Unten (bei 1) ist nur kinetische Energie E_{Kin} vorhanden, oben (bei 2) nur potentielle Energie E_{Pot} . Daraus folgt mit $E_{Kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ und $E_{Pot} = m \cdot g \cdot h$:

$$E_{Kin} = E_{Pot} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(\frac{122}{3,6}\right)^2}{2 \cdot 10} m \approx 57,4 m$$

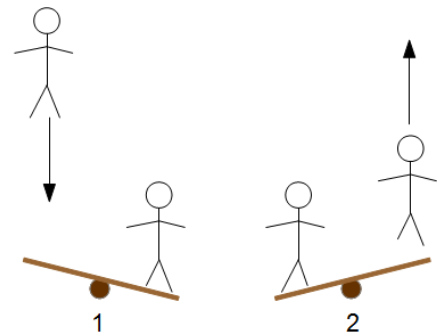
Der Ball würde also etwa 57 m nach oben fliegen.



3 Ein Artist (rechts, Masse 50 kg) steht auf einer Wippe. Ein anderer Artist (links, Masse 70 kg) fällt aus der Höhe $h=4 m$ auf die andere Seite der Wippe. Der Artist auf der rechten Seite wird dadurch hoch geschleudert und stößt sich noch zusätzlich selbst so von der Wippe ab, dass er zu seiner durch den linken Artisten erhaltenen

Geschwindigkeit noch mit $v_z = 2 \frac{km}{h}$ schneller nach oben fliegt.

Berechne die Höhe h , die der rechte Artist erreicht.



Die potentielle Energie des linken Artisten bei 1 ist so groß wie seine kinetische Energie bei 2. Der rechte Artist erhält diese Energie von Artist 1 und zusätzlich noch mehr kinetische Energie, die durch die vergrößerte Geschwindigkeit erreicht wird. Diese größere Energie ist dann so groß wie die potentielle Energie des rechten Artisten bei 4: $E_{Pot-1-L} = E_{Kin-2-L}$; $E_{Kin-3-R} = E_{Pot-4-R}$.

Also gilt: $E_{Pot-1-L} = E_{Kin-3-R-ohne-Sprung} \rightarrow m_L \cdot g \cdot h_L = \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot v_R^2$; $E_{Kin-3-R-mit-Sprung} = \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot (v_R + v_z)^2$

$$E_{Kin-3-R-mit-Sprung} = E_{Pot-4-R} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_R \cdot (v_R + v_z)^2 = m_R \cdot g \cdot h_R \rightarrow$$

$$v_R^2 = \frac{2 \cdot m_L \cdot g \cdot h_L}{m_R}; h_R = \frac{(v_R + v_z)^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(\sqrt{\frac{2 \cdot m_L \cdot g \cdot h_L}{m_R}} + v_z\right)^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(\sqrt{\frac{2 \cdot 70 \cdot 10 \cdot 4}{50}} + 3,6\right)^2}{2 \cdot 10} m \approx 6,2 m$$

Der rechte Artist wird also die Höhe 6,2 m erreichen.

4 Zum Rangieren benutzt die Bahn einen Hügel der Höhe 2 m, über den

voneinander abgekoppelte Güterwagen geschoben werden. Die Wagen fahren dann einzeln vom Hügel herunter und können auf das richtige Gleis geleitet werden. Zum Abbremsen benutzt man einen Metall-Keil, der auf dem Gleis entlang reibt. Einige Wagen sind leer und haben die Masse 14 t und einige Wagen haben mit Ladung die Masse 60 t. Auf dem rutschenden Bremsklotz lastet die Hälfte der Wagenmasse. Berechne für beide Massen die Länge des Bremsweges.



Die potentielle Energie der Wagen wird in Reibungsenergie umgewandelt. Die Masse bei der Berechnung der Bremsenergie ist halb so groß wie die angegebene Masse. Benutzt werden muss der Reibungskoeffizient μ_{gleit} für Stahl auf Stahl.

Allgemein gilt: $E_{\text{Pot}} = E_{\text{Reibung}} \rightarrow m \cdot g \cdot h = \mu_{\text{gleit}} \cdot \frac{m}{2} \cdot g \cdot s \rightarrow s = \frac{2 \cdot h}{\mu_{\text{gleit}}} = \frac{2 \cdot 2}{0,12} m \approx 33,3 m$

Da die Masse in der umgeformten Formel nicht mehr vorkommt, spielt die Masse keine Rolle für das Ergebnis. Beide Wagen kommen nach etwa 33,3 m zum Stehen.

- 5 a) Ein Körper fällt aus der Höhe h und erreicht am Boden die Geschwindigkeit v . Um welchen Faktor muss man h vergrößern, damit die Geschwindigkeit 9-mal so groß wird?

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \rightarrow v^2 \sim h \rightarrow (9 \cdot v)^2 = 81 \cdot v^2 \sim 81 \cdot h$$

Die Höhe muss also 81-mal so groß sein, damit die Geschwindigkeit 9-mal so groß wird.

- b) Ein Auto der Masse m besitzt die Anfangsgeschwindigkeit v und bremst mit blockierenden Rädern auf der trockenen Strecke s bis zum Stillstand ab. Wie ändert sich die Länge der Strecke, wenn das Auto die 4-fache Geschwindigkeit und die 10-fache Masse besitzt?

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{Reibung}} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot s \rightarrow \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = s \rightarrow v^2 \sim s \rightarrow (4 \cdot v)^2 = 16 \cdot v^2 \sim 16 \cdot s$$

Die Strecke ist 16-mal so lang, wenn sich die Geschwindigkeit vervierfacht. Da die Masse in der Proportionalitätsgleichung nicht vorkommt, spielt sie für das Ergebnis keine Rolle.

- 6 Von zwei baugleichen Autos (Masse je 6000 kg) fährt das eine mit der Geschwindigkeit $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ und das andere mit der Geschwindigkeit $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Berechne, wie viel Energie jedes der beiden Autos benötigt, um auf die Geschwindigkeit $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ zu gelangen.

Auto 1 benötigt die Energie $E_{20-100} = E_{100} - E_{20}$ und das Auto 2 die Energie $E_{40-100} = E_{100} - E_{40}$.

$$E_{20} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 6000 \cdot \left(\frac{20}{3,6}\right)^2 J = \frac{6000}{25,92} \cdot 400 J$$

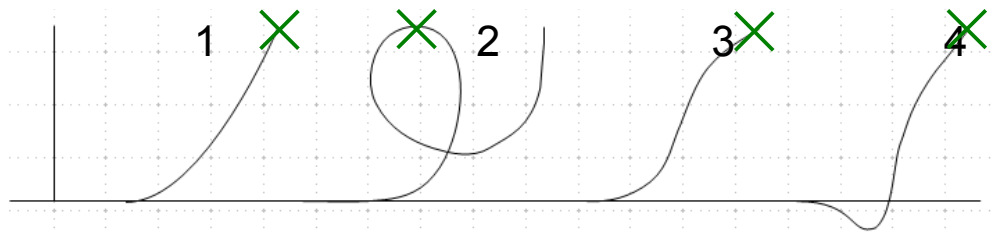
$$E_{40} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 6000 \cdot \left(\frac{40}{3,6}\right)^2 J = \frac{6000}{25,92} \cdot 1600 J$$

$$E_{80} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 6000 \cdot \left(\frac{80}{3,6}\right)^2 J = \frac{6000}{25,92} \cdot 6400 J$$

$$\text{Auto 1 benötigt } E_{20-80} = \frac{6000}{25,92} \cdot (6400 - 400) J = \frac{6000}{25,92} \cdot 6000 J = 1388889 J$$

$$\text{Auto 2 benötigt } E_{40-80} = \frac{6000}{25,92} \cdot (6400 - 1600) J = \frac{6000}{25,92} \cdot 4800 J = 1111111 J$$

- 7 Die linke senkrechte Strecke soll den senkrechten Wurf eines Körpers mit der



Anfangsgeschwindigkeit v zeigen. Auf den Bahnen 1 bis 4 werden Kugeln mit derselben Anfangsgeschwindigkeit v von unten nach oben rollen gelassen. Zeichne auf den Bahnen ein, bis zu welchem Punkt diese Kugeln gelangen. Wenn sie über die Bahnen hinaus gelangen, zeichne an das obere Ende der Bahn einen Pfeil nach oben.

Bei Kurve 2 wird der Körper höchstens bis zum oberen Punkt der Schleife kommen, da er dort die Geschwindigkeit 0 besitzt und folglich abstürzen wird. In Wirklichkeit stürzt er schon eher ab, da die Geschwindigkeit nicht mehr ausreicht, um ihn durch die Fliehkraft an die Bahn zu drücken. Die anderen Bahnen werden bis nach ganz oben hin durchfahren, da erst dort die ganze anfängliche kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt ist.

- 8 Ein Mensch der Masse 40 kg springt aus 2 m Höhe auf einen harten Boden und federt dabei so mit den Beinen ab, dass der Körperschwerpunkt auf einer Strecke von 40 cm vollständig abgebremst wird.

Berechne die (als konstant angenommene) Kraft, die dafür nötig ist.

Bei konstanter Kraft gilt „Energie ist Kraft mal Weg“. Die zu berechnende Kraft multipliziert mit dem Weg (0,4 m) ergibt also die Brems-Energie des Menschen, die gleich der potentiellen Energie ist:

$$F \cdot s = m \cdot g \cdot h \rightarrow F = \frac{m \cdot g \cdot h}{s} = \frac{40 \cdot 10 \cdot 2}{0,4} \text{ N} = 2000 \text{ N}$$

Man benötigt also kurzzeitig eine Kraft von etwa 2000 N. Das entspricht etwa der Gewichtskraft einer Masse von 200 kg.

Werte:

Reibung Stahl auf Stahl: $\mu_{haft} = 0,15$; $\mu_{gleit} = 0,12$

Reibung Reifen auf trockenem Asphalt: $\mu_{haft} = 0,8$; $\mu_{gleit} = 0,6$

$$g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!