Lösung

1 Eine ruhende Lichtmühle, die ins helle Sonnenlicht gebracht wird, dreht sich nach etwa 1 s so schnell, dass sich die 2 cm² großen quadratischen Plättchen mit 20 cm/s bewegen. Die Plättchen haben die Masse 1 g.
Das Sonnenlicht hat eine Leistung von $P=1{,}36\cdot 10^3\,W/m^2$.

a) Berechnen Sie, wieviel Photonen des Sonnenlichts (Mittelwert von λ=500 nm benutzen) in 1 s auf ein Plättchen treffen.

Die Energie E_{Ph} eines Photons beträgt $E_{Ph}=h\cdot f=\frac{h\cdot c}{\lambda}$.

Das in der Zeit Δt auf dem Flächeninhalt 1m² auftreffende Sonnenlicht hat die Energie $E_{Sonne}=P\cdot \Delta t$. Dieses Licht besteht aus N Photonen. Damit gilt $E_{Sonne}=N\cdot E_{Ph}$. Umgeformt ergibt sich

$$N(1\,m^2)=\frac{E_{Sonne}}{E_{Ph}}=\frac{P\cdot\Delta t}{\frac{h\cdot c}{\lambda}}=\frac{P\cdot\Delta t\cdot\lambda}{h\cdot c}=\frac{1{,}36\cdot 10^3\,\frac{W}{m^2}\cdot 1\,s\cdot 500\cdot 10^{-9}\,m}{6{,}626\cdot 10^{-34}\,Js\cdot 3\cdot 10^8\,\frac{m}{s}}=3{,}42\cdot 10^{21}$$

Ein Plättchen hat aber nur den Flächeninhalt 2cm². Man muss also den Wert für N noch korrigieren: $N(2\text{cm}^2)=3{,}42\cdot 10^{21}\cdot\frac{2\,cm^2}{1\,m^2}=3{,}42\cdot 10^{21}\cdot\frac{2\,cm^2}{10000\,cm^2}=6{,}84\cdot 10^{17}$

b) Berechnen Sie, welchen Impuls 1 Photon der Wellenlänge λ=500 nm besitzt und wie groß der Gesamtimpuls des Sonnenlichts auf ein Plättchen in 1 s ist.

Impuls eines Photons mit λ=500nm : $p=\frac{h}{\lambda}=\frac{6{,}626\cdot 10^{-34}\,Js}{500\cdot 10^{-9}\,m}=1{,}325\cdot 10^{-27}\,\frac{kg\cdot m}{s}$.

Gesamtimpuls des Sonnenlichts:

$$p_{Sonne}=N(2\,cm^2)\cdot p=6{,}84\cdot 10^{17}\cdot 1{,}325\cdot 10^{-27}\,\frac{kg\cdot m}{s}=9{,}063\cdot 10^{-10}\,\frac{kg\cdot m}{s}$$

c) Entscheiden Sie durch Rechnung, ob der Impuls des Sonnenlichts die Ursache für die schnelle Drehung der Lichtmühle sein kann.

Zum Vergleich wird der Impuls eines Plättchens der Masse m=1g bei der Geschwindigkeit v=20cm/s berechnet: $p_{Plättchen}=m\cdot v=1\cdot 10^{-3}\,kg\cdot 0{,}2\,\frac{m}{s}=2\cdot 10^{-4}\,\frac{kg\cdot m}{s}$

Der Impuls des Plättchens ist rund 200000-mal so groß wie der Gesamtimpuls, der in 1s vom Licht auf das Plättchen übertragen wurde. Das Drehen der Lichtmühle muss also eine andere Ursache haben (siehe http://de.wikipedia.org/wiki/Lichtmühle).

2 Für eine Fotozelle stehen 4 Metalle zur Verfügung.
Um Elektronen aus den Metallen auszulösen, sollen eine oder mehrere der 5 LEDs mit den angegeben Farben verwendet werden.

a) Geben Sie mit Begründung an, welches Metall Sie auswählen würden, um möglichst viele Messwerte zu erhalten.

Die Energie eines auf ein Elektron im Metall auftreffenden Photons wird zunächst verwendet, um das Elektronen aus dem Metall zu lösen (Austrittsarbeit). Der Rest der Energie steht dann als Bewegungsenergie für das Elektron zur Verfügung. Je kleiner die Austrittsarbeit ist, desto energieärmer darf das Licht sein, das Elektronen auslösen soll. Man sollte also das Material Cäsium auswählen.

b) Im Unterricht haben wir alle angegebenen LEDs benutzt. Entscheiden Sie auf Grund von Rechnungen (Dokumentation!), ob die von uns verwendete Fotozelle aus einem hier aufgeführten Metall bestand.

Es muss überprüft werden, ob die Energien der Photonen mit den aufgeführten Wellenlängen größer sind als die Austrittsarbeiten der angegebenen Metalle.

Energie eines Photons: $E_{Ph} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$

$$E_{Ph,rot} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{665 \cdot 10^{-9}} J = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{665 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}} eV = 1{,}866\, eV$$

$$E_{Ph,orange} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{635 \cdot 10^{-9}} J = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{635 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}} eV = 1{,}954\, eV$$

$$E_{Ph,gelb} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{590 \cdot 10^{-9}} J = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{590 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}} eV = 2{,}103\, eV$$

$$E_{Ph,grün} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{560 \cdot 10^{-9}} J = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{560 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}} eV = 2{,}216\, eV$$

$$E_{Ph,blau} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{480 \cdot 10^{-9}} J = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{480 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}} eV = 2{,}585\, eV$$

Da die Energie des roten Lichts zu gering ist, um aus den Metallen Elektronen auszulösen, im Schulversuch aber die rote LED zum Ergebnis beitrug, kann kein hier aufgeführtes Metall im Versuch benutzt worden sein.

c) Beim Versuch, der nebenstehend abgebildet ist, haben wir eine Zinkplatte benutzt. Das Licht hatte Elektronen aus der Zinkplatte herausgelöst. Berechnen Sie die Grenzwellenlänge, unter der die Wellenlänge des Lichts gelegen haben muss, das von der Lampe ausgestrahlt wurde.

Austrittsarbeit ausgewählter Metalle	
Platin	5,66 eV
Aluminium	4,20 eV
Zink	4,27 eV
Cäsium	1,94 eV

LED-Wellenlängen	
rot	665 nm
orange	635 nm
gelb	590 nm
grün	560 nm
blau	480 nm

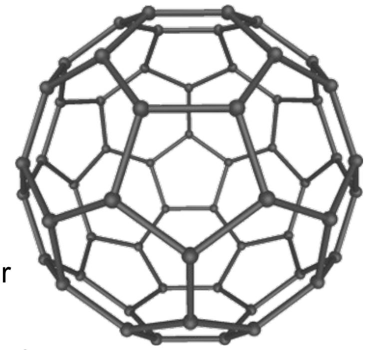
Die Energie des Photons muss mindestens 4,27 eV (Austrittsarbeit von Zink) betragen haben.

$$E_{Ph} = \frac{h \cdot c}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E_{Ph}} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{4{,}27 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}} m = 2{,}9 \cdot 10^{-7} m = 290\, nm$$

Die Lampe muss also UV-Licht ausgesendet haben.

3

Beugungsversuche am Gitter hat man nicht nur mit Elektronen gemacht, sondern sogar mit dem Buckminsterfulleren C_{60}, das aus 60 Kohlenstoffatomen besteht.
Die Geschwindigkeit v dieser Moleküle wird in der Versuchsbeschreibung mit v=220 m/s angegeben und die Wellenlänge des Moleküls ergab sich zu λ=2,5 pm.
Das benutzte Beugungsgitter hatte eine Gitterkonstante von g=100 nm. Der Beobachtungsschirm war 1,25 m hinter dem Gitter angeordnet.



Quelle: http://en.wikipedia.org/wiki/Fullerene

a) Berechnen Sie aus den Angaben die Masse des C_{60}-Moleküls.

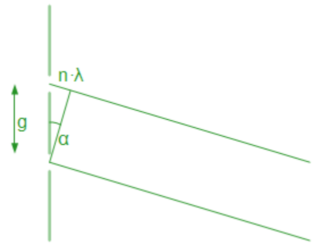
Die Berechnung erfolgt mit Hilfe der de Broglie-Wellenlänge:

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m\cdot v} \rightarrow m=\frac{h}{v\cdot\lambda}=\frac{6{,}626\cdot10^{-34}}{220\cdot2{,}5\cdot10^{-12}}kg=1{,}2\cdot10^{-24}\,kg$$

Kontrolle: 1 Atom Kohlenstoff C besteht aus (etwa) 12 atomaren Masseneinheiten u=1,66·10^{-27}kg.
60 Atome C haben dann also die Masse $m=60\cdot12\cdot1{,}66\cdot10^{-27}\,kg=1{,}2\cdot10^{-24}\,kg$

b) Berechnen Sie den Abstand zwischen dem Hauptmaximum und dem ersten Nebenmaximum.

In nebenstehender Skizze gilt:

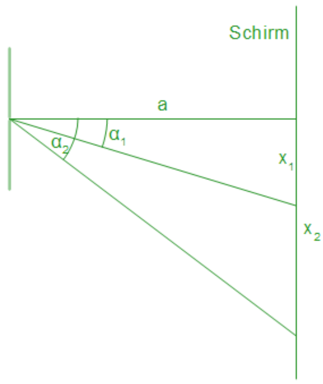


$$g=100\,nm=1\cdot10^{-7}\,m\ ;\ \lambda=2{,}5\,pm=2{,}5\cdot10^{-12}\,m\ ;\ n=1\ ;\ a=1{,}25\,m$$

$$\sin\alpha=\frac{\lambda}{g}\ ;\ \tan\alpha=\frac{x_1}{a} \rightarrow x_1=a\cdot\tan\alpha=a\cdot\tan\left(\arcsin\left(\frac{\lambda}{g}\right)\right) \rightarrow$$

$$x_1=1{,}25\,m\cdot\tan\left(\arcsin\left(\frac{2{,}5\cdot10^{-12}}{1\cdot10^{-7}}\right)\right)=1{,}25\,m\cdot2{,}5\cdot10^{-5}=3{,}125\cdot10^{-5}\,m$$

Das erste Nebenmaximum liegt also etwa 0,03 mm vom Hauptmaximum entfernt.



4

Eine Röntgenröhre wird mit der Spannung U=20 kV betrieben.
Zur Aufnahme des Röntgenspektrums benutzt man einen Silizium-Kristall.
Das Spektrum der Bremsstrahlung beginnt bei einem Neigungswinkel des Kristalls von α=3°.

a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der die Elektronen auf die Anode der Röntgenröhre treffen.

Die Beschleunigungsenergie $E_B=e\cdot U_B$ *ist gleich der kinetischen Energie* $E_{Kin}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$.

Daraus folgt $e\cdot U_B=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \rightarrow v=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot1{,}602\cdot10^{-19}\cdot20000}{9{,}109\cdot10^{-31}}}\frac{m}{s}\approx8{,}387\cdot10^{7}\frac{m}{s}$

Die Geschwindigkeit der Elektronen beträgt also etwa 8·10^{7}m/s, das sind etwa 30% der Lichtgeschwindigkeit.

b) Berechnen Sie den Netzebenenabstand im Silizium-Kristall.

Mit der bekannten Formel $\sin\alpha = \frac{n\cdot\lambda}{2\cdot a}$ *für die Bragg-Reflexion und dem Zusammenhang* $E_B = E_{Ph}$

mit $E_B = e\cdot U_B$ *und* $E_{Ph} = h\cdot f = \frac{h\cdot c}{\lambda}$ *gilt* $e\cdot U_B = \frac{h\cdot c}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{h\cdot c}{e\cdot U_B}$. *Weiter folgt*

$$\sin\alpha = \frac{n\cdot\lambda}{2\cdot a} \rightarrow a = \frac{n\cdot\lambda}{2\cdot\sin\alpha} = \frac{n\cdot h\cdot c}{2\cdot\sin\alpha\cdot e\cdot U_B} = \frac{1\cdot 6{,}626\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{2\cdot\sin 3°\cdot 1{,}602\cdot 10^{-19}\cdot 20000}\,m = 5{,}927\cdot 10^{-10}\,m$$

Der Netzebenenabstand von Silizium beträgt also etwa $5{,}9\cdot 10^{-10}$ *m.*

---

5 Die Elektronen der Atomhülle sind in den Atomen „eingesperrt“ und damit auf etwa 10^{-10} m genau lokalisierbar.

Berechnen Sie die a) Geschwindigkeit und b) die Energie, die die Elektronen der Atomhülle damit mindestens auf Grund der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation haben müssen.

zu a):

Nach der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation gilt

$$\Delta p\cdot\Delta x \geq \frac{h}{4\pi} \rightarrow m\cdot\Delta v\cdot\Delta x \geq \frac{h}{4\pi} \rightarrow \Delta v \geq \frac{h}{4\pi\cdot m\cdot\Delta x} = \frac{6{,}626\cdot 10^{-34}}{4\cdot\pi\cdot 9{,}109\cdot 10^{-31}\cdot 10^{-10}}\,\frac{m}{s} = 5{,}8\cdot 10^{5}\,\frac{m}{s}$$

zu b):

Mit der Formel für die kinetische Energie $E_{Kin} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$ *ergibt sich*

$$E_{Kin} = \frac{1}{2}\cdot 9{,}109\cdot 10^{-31}\cdot\left(5{,}8\cdot 10^{5}\right)^2 J = 1{,}532\cdot 10^{-19}\,J = 0{,}956\,eV$$

Formeln

$E = m\cdot g\cdot h \qquad E = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \qquad E = m\cdot c^2 \qquad E = h\cdot f \qquad E = e\cdot U \qquad E_{max} = E_{Photon} - E_A$

$2\cdot a\cdot\sin\alpha = n\cdot\lambda \qquad c = f\cdot\lambda \qquad p = m\cdot v \qquad \lambda = \frac{h}{p}$

$\overline{\Delta x}\cdot\overline{\Delta p_x} \geq \frac{h}{4\cdot\pi} \qquad \overline{\Delta E}\cdot\overline{\Delta t} \geq \frac{h}{4\cdot\pi} \qquad \overline{\Delta f}\cdot\overline{\Delta t} \geq \frac{1}{4\cdot\pi}$

Physikalische Konstanten finden Sie auf Seite 69 in der Formelsammlung