Lösung

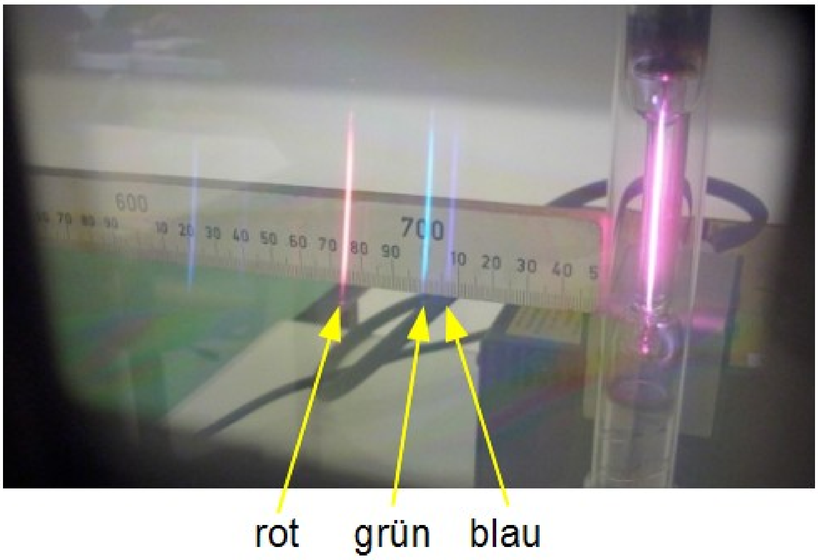
1 Verbrennt in einer an sich farblosen Gasflamme Salz (NaCl=Natriumchlorid), so wird die Flamme gelb gefärbt. Lässt man Natriumlicht auf diese Flamme fallen, wird hinter der Flamme ein Schatten erzeugt. Das Licht einer Wasserstofflampe dagegen wirft keinen Schatten.
Erläutern Sie, wie dieses Versuchsergebnis zustande kommt.

Das Licht der Natriumdampflampe besitzt genau die Energie, die für die Anregung der Natrium-Atome in der Flamme passend ist. Das von den Atomen absorbierte Licht wird wieder ausgestrahlt, aber in alle Richtungen, sodass in der ursprünglichen Ausbreitungsrichtung das Licht eine geringere Intensität hat und deshalb der Schatten entsteht.

Das Wasserstoffgas sendet kein Licht aus, dessen Energie zur Anregung der Natrium-Atome geeignet wäre. Deshalb wird dieses Licht nicht absorbiert und es entsteht kein Schatten.

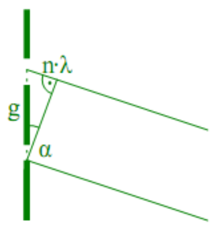
---

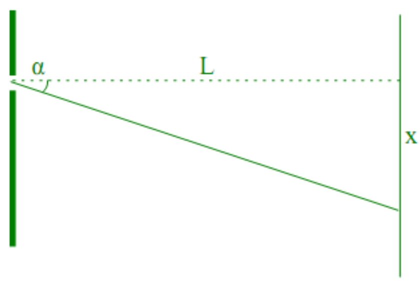
2 Durch ein Gitter mit der Gitterkonstante g schaut man auf das fadenförmige Licht einer Wasserstofflampe. Neben der Lampe ist ein Maßstab senkrecht zur Blickrichtung befestigt, dessen 750mm-Marke 1cm von der Lichtsäule entfernt ist. Weiter links erkennt man das Spektrum der Wasserstofflampe, bestehend aus Licht mit folgenden Wellenlängen:
rot: $\lambda_{rot}=656{,}2\,\text{nm}$
grün: $\lambda_{grün}=486{,}1\,\text{nm}$
blau: $\lambda_{blau}=434{,}0\,\text{nm}$
Das Gitter ist 30cm von der leuchtenden Lichtsäule entfernt.



a) Berechnen Sie den Wert der Gitterkonstante g.

In nebenstehenden Abbildungen ist L die Entfernung des Gitters vom Maßstab, x die Entfernung des Lampenlichts vom Licht des 1. Nebenmaximums und g die Gitterkonstante.





Es gilt mit n=1 (1. Nebenmaximum):

$$\sin\alpha=\frac{\lambda}{g} \quad \textit{und} \quad \tan\alpha=\frac{x}{L}.$$

Daraus folgt: $g=\frac{\lambda}{\sin\alpha}=\frac{\lambda}{\sin\left(\arctan\frac{x}{L}\right)}$

Zur Berechnung der x-Werte werden zunächst die Werte vom Maßstab abgelesen:
rot: 675mm ; grün: 700mm ; blau: 707mm ; Lampenlicht bei 760mm.
Daraus ergeben sich folgende x-Werte:

$x_{rot}=(760-675)\,mm=85\,mm\;\;;\;\;x_{grün}=(760-700)\,mm=60\,mm\;\;;\;\;x_{blau}=(760-707)\,mm=53\,mm$

Mit L=300mm und den angegeben λ-Werten ergeben sich folgende Werte für die Gitterkonstante:

$$g_{rot}=\frac{656{,}2\,nm}{\sin\left(\arctan\frac{85}{300}\right)}=2{,}41\cdot10^{-6}\,m\quad;\quad g_{grün}=\frac{486{,}1\,nm}{\sin\left(\arctan\frac{60}{300}\right)}=2{,}48\cdot10^{-6}\,m$$

$$g_{blau}=\frac{434{,}0\,nm}{\sin\left(\arctan\frac{53}{300}\right)}=2{,}49\cdot10^{-6}\,m$$

Als Mittelwert ergibt sich $g=2{,}46\cdot10^{-6}\,m$ *.*

Der Kehrwert gibt an,. wieviel Spalte das Gitter pro 1m besitzt:

$$\frac{1}{g}=\frac{1}{2{,}46\cdot10^{-6}\,m}=406500\,\frac{1}{m}\approx400\,\frac{1}{mm}$$

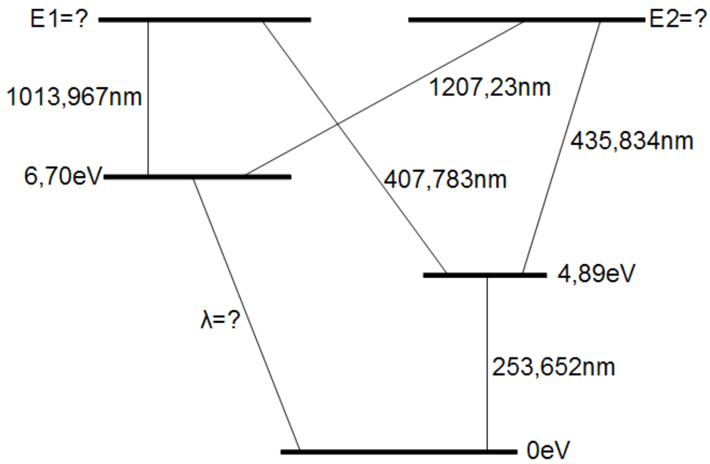
Das Gitter besitzt also etwa 400 Spalte pro Millimeter.

b) Erläutern Sie, warum eine weitere (blaue) Linie links vom roten Licht zu sehen ist.

Diese Linie gehört zum 2. Nebenmaximum. Zum 1. Nebenmaximum kann sie nicht gehören, da das rote Licht weiter abgelenkt wird als das blaue Licht.

---

3 Rechts ist ein Teil des Quecksilber-Termschemas abgebildet.
Angegeben sind die zu den Energieniveaus gehörenden Energien in der Einheit eV und die zu den Übergängen gehörenden Wellenlängen.



Vereinfachtes Termschema Quecksilber

a) Berechnen Sie die Wellenlänge für den Übergang unten links.

Zum Übergang unten links gehört die Energie (6,7-0,0)eV=6,7eV.
Die Energie E eines Lichtquants ergibt sich aus

$$E=h\cdot f=\frac{h\cdot c}{\lambda}\;\rightarrow\;\lambda=\frac{h\cdot c}{E}$$

Mit dem Wert 6,7eV ergibt sich $\lambda=\dfrac{4{,}14\cdot10^{-15}\,eVs\cdot3{,}00\cdot10^{8}\,\frac{m}{s}}{6{,}70\,eV}=1{,}85\cdot10^{-7}\,m=185\,nm$

b) Zu den beiden oberen Energieniveaus gehören fast dieselben Energien.
Finden Sie durch Berechnung heraus, ob E1 oder E2 die größere Energie ist.

E1 ergibt sich aus der Energie 6,70eV plus der Energie, die zu λ=1013,967nm gehört.

$$E_{1013{,}967}=\frac{4{,}14\cdot10^{-15}\,eVs\cdot3{,}00\cdot10^{8}\,\frac{m}{s}}{1013{,}967\cdot10^{-9}\,m}=1{,}22\,eV$$

E1=(6,70+1,22)eV=7,92eV

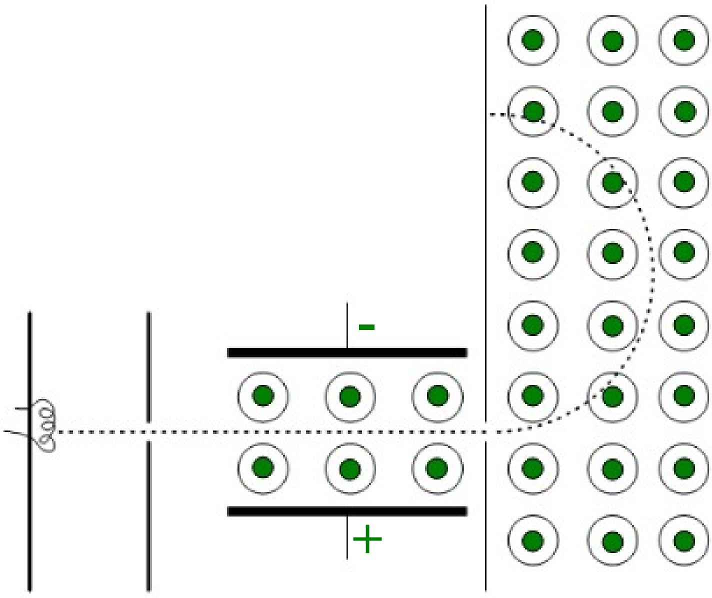
E2 ergibt sich aus der Energie 4,89eV plus der Energie, die zu λ=435,834nm gehört.

$$E_{435{,}834}=\frac{4{,}14\cdot10^{-15}\,eVs\cdot3{,}00\cdot10^{8}\,\frac{m}{s}}{435{,}834\cdot10^{-9}\,m}=2{,}85\,eV$$

E2=(4,89+2,85)eV=7,74eV

Die Energie E1 ist also größer als die Energie E2.

4 Von links kommend werden Elektronen, die aus einer Glühwendel austreten, mit der Beschleunigungsspannung U_B=200V beschleunigt.



Die Elektronen durchfliegen in gerader Linie (gestrichelt gezeichnet) einen mit der Spannung U_C geladenen Kondensator der von einem Magnetfeld der Kraftflussdichte B=0,2mT durchsetzt ist. Die Platten des Kondensators haben den Abstand d=5cm.

Danach treten sie durch einen Spalt in einen Bereich ein, der von einem Magnetfeld der gleichen Kraftflussdichte B=0,2mT erfüllt ist. Hier werden die Elektronen auf einer Kreisbahn nach oben geführt und treffen dann nach Durchlaufen eines Halbkreises im Abstand a vom Spalt auf einen Auffangschirm.

a) Zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit, die die Elektronen durch die Beschleunigungsspannung U_B erhalten, durch $v=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m_e}}$ ermittelt werden kann.

Die Energie, die die Elektronen im elektrischen Feld erhalten, ist $E_B=e\cdot U_B$. Diese Energie ist gleich der kinetischen Energie $E_{Kin}=\frac{1}{2}\cdot m_e\cdot v^2$, die die Elektronen nach der Beschleunigung besitzen.

$$E_B=E_{Kin} \rightarrow e\cdot U_B=\frac{1}{2}\cdot m_e\cdot v^2 \rightarrow v^2=\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m_e} \rightarrow v=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m_e}} \text{ q.e.d.}$$

b) Geben Sie durch $\odot$ oder $\otimes$ die Richtung des Magnetfeldes an, sodass die Elektronen im rechten Bereich tatsächlich nach oben abgelenkt werden. *(siehe Skizze)*

c) Kennzeichnen Sie durch Angabe von + und - an den Kondensatorplatten die Polung der Platten, sodass die Elektronen tatsächlich auf ungekrümmter Bahn durch den Kondensator fliegen *(siehe Skizze)* und berechnen Sie den Wert der notwendigen Spannung U_C.

Die Kräfte $F_L=Q\cdot v\cdot B$ für das magnetische Feld und $F_E=Q\cdot E$ für das elektrische Feld müssen gleich sein und sich gegenseitig aufheben: $F_L=F_E \rightarrow Q\cdot v\cdot B=Q\cdot E \rightarrow v\cdot B=E$.

Für die elektrische Feldstärke im homogenen Feld eines Plattenkondensators gilt $E=\frac{U_C}{d}$.

Daraus folgt

$$\frac{U_C}{d}=v\cdot B \rightarrow U_C=v\cdot B\cdot d=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m_e}}\cdot B\cdot d=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 200\,V}{9{,}1\cdot 10^{-31}\,kg}}\cdot 0{,}2\cdot 10^{-3}\,T\cdot 0{,}05\,m\approx 84\,V$$

Am Kondensator liegt also etwa die Spannung 84 V an.

d) Berechnen Sie den a-Wert, der angibt, wie weit von der Öffnung entfernt die Elektronen auf den Auffangschirm treffen.

Im Magnetfeld rechts werden die Elektronen von der Lorentzkraft auf eine Kreisbahn gezwungen. Die Lorentzkraft wirkt als Zentripetalkraft. Deshalb gilt

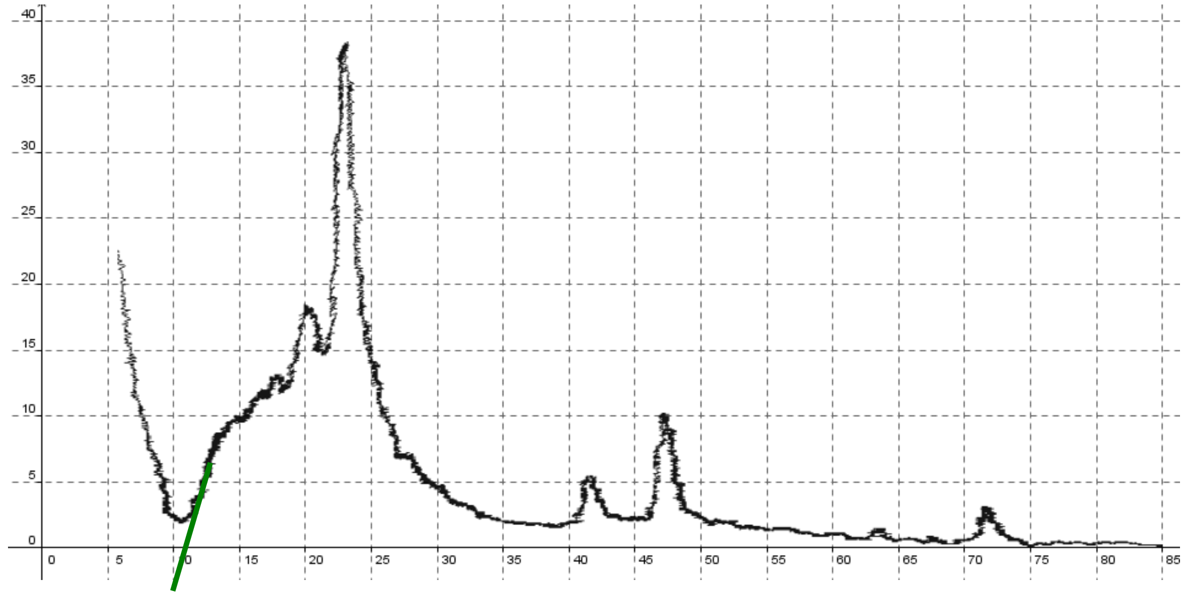
$$F_L = F_Z \;\rightarrow\; e \cdot v \cdot B = \frac{m_e \cdot v^2}{r} \;\rightarrow\; r = \frac{m_e \cdot v^2}{e \cdot v \cdot B} = \frac{m_e \cdot v}{e \cdot B}$$

Einsetzen des v-Terms aus Aufgabenteil a):

$$r = \frac{m_e}{e \cdot B} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m_e}} = \sqrt{\frac{m_e^2 \cdot 2 \cdot e \cdot U_B}{e^2 \cdot B^2 \cdot m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot m_e \cdot U_B}{e \cdot B^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot 200\,V}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 0{,}2^2 \cdot 10^{-6}\,T}} \approx 0{,}238\,m$$

Mit a=2r trifft der Elektronenstrahl 2·0,238m=0,476m=47,6cm von der Blende auf dem Schirm auf.

5



Beim abgebildeten Röntgenspektrum ist auf der waagrechten Achse der Beobachtungswinkel in Grad (°) abgetragen, auf der senkrechten Achse die Intensität der Röntgenstrahlung.

Der Kurvenverlauf links von 10° ist zu vernachlässigen (dort beginnt bereits der Bereich des Hauptmaximums).

a) Im Unterricht haben wir die Beziehung $\lambda = 2 \cdot a \cdot \sin\alpha$ hergeleitet, die Sie hier ohne Herleitung benutzen dürfen. Netzebenenabstand des verwendeten Kristalls: a=201pm. Berechnen Sie die Spannung, die zur Beschleunigung der Elektronen in der Röntgenröhre angelegt wurde.

Die linke Begrenzung des Bremsspektrums liegt bei etwa 12°. Dazu gehört auf Grund der gegebenen Formel die Wellenlänge
$\lambda = 2 \cdot a \cdot \sin\alpha = 2 \cdot 201 \cdot 10^{-12}\,m \cdot \sin 12° = 8{,}358 \cdot 10^{-11}\,m = 83{,}58\,pm$ *für das energiereichste Photon.*

Die mit der Spannung U_B beschleunigten Elektronen erhalten in der Röntgenröhre die Energie $E = e \cdot U_B$. Ein Photon hat die Energie $E = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$. Für das energiereichste Photon gilt

$$e \cdot U_B = \frac{h \cdot c}{\lambda} \;\rightarrow\; U_B = \frac{h \cdot c}{e \cdot \lambda} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}\,Js \cdot 3 \cdot 10^8\,\frac{m}{s}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 83{,}58 \cdot 10^{-12}\,m} = 14800\,V$$

b) Erläutern Sie für jeden der beiden Peaks im Bereich zwischen 20° und 25° mit Hilfe des Bohrschen Atommodells, wie die Produktion der zu diesen Peaks gehörenden Lichtquanten zustande kommt.

Das charakteristische Röntgenspektrum kommt zustande, indem die beschleunigten Elektronen *durch Stoß mit einem Atom ein Elektron aus der K-Schale entfernen. Die Lücke wird durch Elektronen aus den darüber liegenden Schalen aufgefüllt.Beim K_α-Übergang kommt das Elektron aus der L-Schale, beim K_β-Übergang aus der M-Schale. Die dabei frei werdende Energie liegt im Bereich der Energie des Bremsspektrums und ist als scharfe Spitze (Peak) zu sehen. Da der K_β-Übergang der Energiereichere ist, liegt sein Peak bei kleineren Winkeln (also weiter links) als der Peak des K_α-Übergangs.*

c) Berechnen Sie für jeden der beiden Peaks zwischen 20° und 25° die Energie des zugehörigen Lichts.

Die entsprechenden Formeln wurden oben weiter schon hergeleitet.

K_β bei 20°: $E_{20°} = \frac{h \cdot c}{\lambda_{20°}} = \frac{h \cdot c}{2 \cdot a \cdot \sin 20°} = \frac{4{,}1 \cdot 10^{-15} eVs \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{2 \cdot 201 \cdot 10^{-12} m \cdot \sin 20°} = 8946\, eV = 8{,}946\, keV$

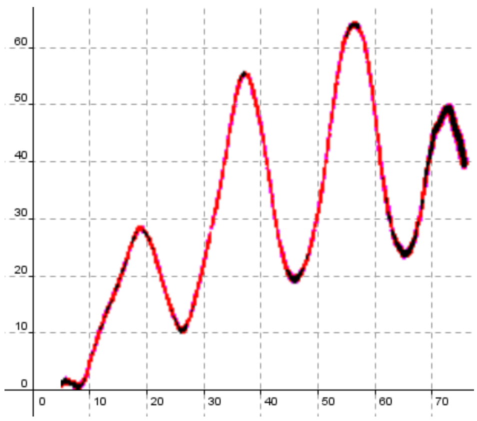
K_α bei 23°: $E_{23°} = \frac{h \cdot c}{\lambda_{23°}} = \frac{h \cdot c}{2 \cdot a \cdot \sin 23°} = \frac{4{,}1 \cdot 10^{-15} eVs \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{2 \cdot 201 \cdot 10^{-12} m \cdot \sin 23°} = 7831\, eV = 7{,}831\, keV$

d) Geben Sie an, welche Ursache zur Bildung der weiteren Peaks im rechten Bereich führt.

Die in c) untersuchten Peaks gehören zum 1. Nebenmaximum. Die weiteren Peaks sind dem 2. und dem 3. Nebenmaximum zuzuordnen.

6

Der Franck-Hertz-Versuch wird mit einem Gas durchgeführt, bei dem Berge und Täler bei Spannungsdifferenzen von etwa 19V wiederkehren.



a) Erläutern Sie, wie die Täler zustande kommen.

Werden die Elektronen mit einer Spannung beschleunigt, die zu einem Maximum gehört, so haben sie so viel Energie, dass sie die Gasatome in der Röhre anregen können. Sie verlieren bei der Anregung so viel Energie, dass sie nicht mehr bis zur Auffanganode gelangen können und somit in der Bilanz fehlen. Bei Erhöhen der Spannung gewinnen die Elektronen wieder so viel Energie, dass sie an der Anode registriert werden. Daher der Anstieg nach dem Tal.

b) Berechnen Sie, welche Wellenlänge das Licht haben müsste, das bei diesem Versuch ausgestrahlt wird.

Da die Spannungsdifferenz 19V beträgt, gehört dazu die Energie E=e·19V. Auf Grund der Formel aus Aufgabe 3a folgt: $\lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{4{,}1 \cdot 10^{-15} eVs \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{19\, eV} = 6{,}47 \cdot 10^{-8} m = 64{,}7\, nm$

c) Tatsächlich sieht man ein rötliches Leuchten (im Bereich um 600nm). Erklären Sie, wie dieses Leuchten entsteht.

Die angeregten Atome geben ihre Energie nicht in einem einzigen Photon ab, sondern portionsweise. Damit haben die ausgesendeten Photonen eine kleinere Energie und damit eine größere Wellenlänge.

---

7 Begründen Sie an Hand des Potenzialtopfmodells, dass Elektronen nur ganz bestimmte Energien besitzen können, wenn sie auf engem Raum eingeschlossen sind.

Beim Modell „Elektron als Welle“ können im Potenzialtopf nur Elektronen vorkommen, die eine stehende Welle bilden (sonst würde sich im Modell das Elektron durch Interferenz selbst auslöschen). Stehende Wellen können sich aber nur bei Wellen mit diskreten Wellenlängen bilden. Hat der Potenzialtopf die Breite L, so können folgende Wellenlängen auftreten:
$\lambda=2\cdot L$ für den Grundzustand, $\lambda=L$ für den 1. angeregten Zustand, $\lambda=2/3\cdot L$ für den 2. angeregten Zustand, allgemein $\lambda=2/n\cdot L$ für den n-ten angeregten Zustand.
Zu all diesen unterschiedlichen λ-Werten gehören unterschiedliche Energien.

VIEL ERFOLG BEI DER BEARBEITUNG DER AUFGABEN!