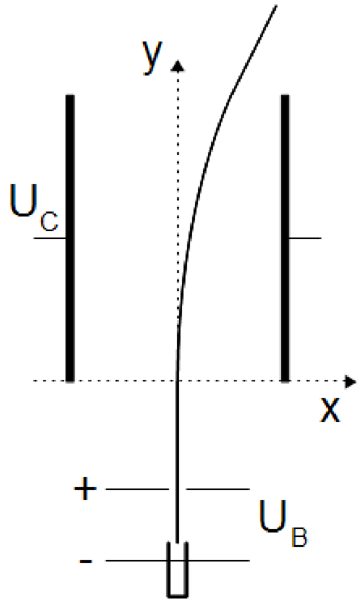
Lösung

1 α-Teilchen (=2-fach geladene Heliumkerne) werden mit der Spannung U_B beschleunigt und durchfliegen dann einen mit der Ladung U_C geladenen Kondensator (siehe Skizze).



a) Zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit, auf die die α-Teilchen beschleunigt werden, mit der Formel $v_0=\sqrt{\frac{2\cdot Q_\alpha\cdot U_B}{m_\alpha}}$ berechnet werden kann und berechnen Sie die Geschwindigkeit.

Die α-Teilchen erhalten durch die Beschleunigungsspannung U_B die Energie $E_B=Q_\alpha\cdot U_B$. Die α-Teilchen besitzen dann diese Energie als Bewegungsenergie $E_{Kin}=\frac{1}{2}\cdot m_\alpha\cdot v^2$. Gleicsetzen und Auflösen nach v ergibt die gegebene Formel:

$$E_B=E_{Kin} \rightarrow Q_\alpha\cdot U_B=\frac{1}{2}\cdot m_\alpha\cdot v^2 \rightarrow v^2=\frac{2\cdot Q_\alpha\cdot U_B}{m_\alpha} \rightarrow v=\sqrt{\frac{2\cdot Q_\alpha\cdot U_B}{m_\alpha}}$$

Berechnung des Wertes: $v=\sqrt{\frac{2\cdot 3{,}2\cdot 10^{-19}\,C\cdot 4000\,V}{7\cdot 10^{-27}\,kg}}\approx\sqrt{3{,}657\cdot 10^{11}\,\frac{m^2}{s^2}}\approx 605000\,\frac{m}{s}=605\,\frac{km}{s}$

b) Zeigen Sie, dass die Bahnkurve der α-Teilchen im Kondensator unter Verwendung des gegebenen Koordinatensystems durch $y=2\cdot\sqrt{\frac{d\cdot U_B}{U_C}}\cdot\sqrt{x}$ gegeben ist, wobei d der Abstand der Kondensatorplatten ist.

In y-Richtung bewegen sich die α-Teilchen mit konstanter Geschwindigkeit v. Damit gilt: $y=v\cdot t$.

In x-Richtung liegt wegen der konstanten elektrischen Kraft F_E auf die α-Teilchen im Kondensatorfeld eine beschleunigte Bewegung vor: $x=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2$.

Die Beschleunigung a ergibt sich aus der Newtonschen Bewegungsgleichung $F=m\cdot a \rightarrow a=\frac{F}{m}$.

Die Kraft F ist die im elektrischen Feld E wirkende Kraft: $E=\frac{F}{Q} \rightarrow F=Q\cdot E$.

Die elektrische Feldstärke E ergibt sich im homogenen Feld eines Plattenkondensators aus der Spannung U_C und dem Abstand d der Kondensatorplatten: $E=\frac{U_C}{d}$.

Zusammengefasst ergibt sich: $x=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{F}{m}\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{Q\cdot E}{m}\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{Q\cdot\frac{U_C}{d}}{m}\cdot t^2=\frac{Q_\alpha\cdot U_C}{2\cdot m_\alpha\cdot d}\cdot t^2$.

Für die zeitunabhängige Gleichung muss t entfernt werden:

$$y=v\cdot t \rightarrow t=\frac{y}{v} \rightarrow x=\frac{Q_\alpha\cdot U_C}{2\cdot m_\alpha\cdot d}\cdot\frac{y^2}{v^2}$$

v aus Aufgabe a) einsetzen: $x=\frac{Q_\alpha\cdot U_C}{2\cdot m_\alpha\cdot d}\cdot\frac{y^2}{v^2}=\frac{Q_\alpha\cdot U_C}{2\cdot m_\alpha\cdot d}\cdot\frac{y^2}{\frac{2\cdot Q_\alpha\cdot U_B}{m_\alpha}}=\frac{Q_\alpha\cdot U_C\cdot m_\alpha\cdot y^2}{2\cdot m_\alpha\cdot d\cdot 2\cdot Q_\alpha\cdot U_B}=\frac{U_C}{4\cdot d\cdot U_B}\cdot y^2$

Nach y auflösen: $y^2=\frac{4\cdot d\cdot U_B}{U_C}\cdot x \rightarrow y=\sqrt{\frac{4\cdot d\cdot U_B}{U_C}\cdot x}=2\cdot\sqrt{\frac{d\cdot U_B}{U_C}}\cdot\sqrt{x}$ *q.e.d.*

c) Berechnen Sie, mit welcher Spannung U_C der Kondensator aufgeladen werden muss, damit die α-Teilchen genau in der Mitte der Kondensatorplatte auf die Platte treffen.

Daten:
Länge der Kondensatorplatten: L=20cm
Abstand der Kondensatorplatten: d=8cm
Masse eines α-Teilchens $m_\alpha=7\cdot 10^{-27}\,kg$
Ladung eines α-Teilchens $Q_\alpha=3{,}2\cdot 10^{-19}\,C$
Beschleunigungsspannung $U_B=4\text{kV}$
Die α-Teilchen treten genau in der Mitte zwischen den Kondensatorplatten in den Kondensator ein.

Aus dem Aufgabentext geht hervor, dass für x=4cm (halber Abstand der Kondensatorplatten) y=10cm (Mitte der Kondensatorplatte) sein muss.

Die gegenene Gleichung in b) muss nach U_C aufgelöst werden:

$$y=2\cdot\sqrt{\frac{d\cdot U_B}{U_C}}\cdot\sqrt{x} \rightarrow y^2=\frac{4\cdot d\cdot U_B}{U_C}\cdot x \rightarrow U_C=\frac{4\cdot d\cdot U_B\cdot x}{y^2}$$

Ensetzen der Werte: $U_C=\frac{4\cdot 0{,}08\,m\cdot 4000\,V\cdot 0{,}04\,m}{0{,}1^2\,m^2}=5120\,V$.

Die Kondensatorspannung muss also 5120 V betragen.

---

2 Am Äquator verlaufen die Feldlinien des Erdmagnetfeldes parallel zum Erdboden. Die magnetische Flussdichte beträgt dort B=30µT.
Die Elektronen in einem Elektronenstrahl bewegen sich parallel zum Erdboden und senkrecht zu den magnetischen Feldlinien.
Durch die Gravitation werden die Elektronen zum Erdmittelpunkt gezogen, wodurch die Bahnkurve der Elektronen im Prinzip nach unten gekrümmt ist.
Das Erdmagnetfeld übt aber auf die Elektronen eine Kraft aus.

a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der die Elektronen sich bewegen müssen, damit die Kraft des Magnetfeldes die Wirkung des Gravitationsfeldes ausgleicht.

Der Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte B, der Ladung Q der Elektronen, der geschwindigkeit v der Elektronen und der wirkenden Lorentzkraft F_L ist durch die Gleichung $F_L=Q\cdot v\cdot B$ gegeben.

Die zum Erdmittelpunkt wirkende Gewichtskraft ist durch $F_G=m\cdot g$ gegeben.

Gleichsetzen der Kräfte und Umformen nach v ergibt $F_L=F_G \rightarrow Q\cdot v\cdot B=m\cdot g \rightarrow v=\frac{m\cdot g}{Q\cdot B}$.

Einsetzen der Werte: $v=\frac{m\cdot g}{Q\cdot B}=\frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\,kg\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 30\cdot 10^{-6}\,T}=1{,}9\cdot 10^{-6}\,\frac{m}{s}$

b) Untersuchen Sie Ihr Ergebnis auf folgende Punkte:
Wie stark ist der Einfluss des Erdmagnetfeldes auf die Elektronen?

Die berechnete Geschwindigkeit ist sehr klein gegenüber den Geschwindigkeiten, mit denen sich Elektronen normalerweise bewegen (Die Spannung 1,5 V einer Batterie beschleunigt z.B. ein Elektron auf eine Geschwindigkeit von über 700000m/s). Da die Lorentzkraft proportional zur Geschwindigkeit ist, werden Elektronen also sehr stark durch das Erdmagnetfeld beeinflusst.

Warum bewegen sich die Elektronen in einer Elektronenröhre (fast) geradlinig?

Auf Grund der großen Geschwindigkeit wirkt sich eine seitliche Bewegung auf dem kurzen Weg in der Elektronenröhre nicht sichtbar aus.

---

3 Ein Leiter der Länge L=20cm befindet sich in einem Magnetfeld der Flussdichte B=5mT.

Durch den Leiter wird ein Strom mit I=4A geleitet. Dadurch wird die Kraft $F = \frac{1}{1000} N$ auf den Leiter ausgeübt.

Berechnen Sie den Winkel zwischen dem Leiter und den magnetischen Feldlinien.

Aus der Definitionsgleichung für die magnetische Kraftflussdichte folgt:

$$B = \frac{F}{Q \cdot v} \rightarrow F = Q \cdot v \cdot B = I \cdot t \cdot \frac{L}{t} \cdot B = I \cdot L \cdot B$$

Wie in der gegebenen Gleichung $F = Q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$ *wird auch in der umgeformten Gleichung der Winkel zwischen dem Leiter und der Magnetfeldlinienrichtung durch sin α beschrieben:*

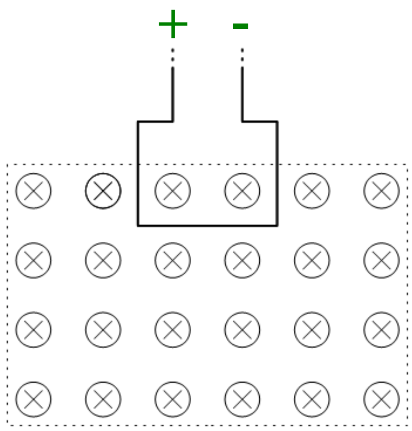
$$F = I \cdot L \cdot B \cdot \sin\alpha$$

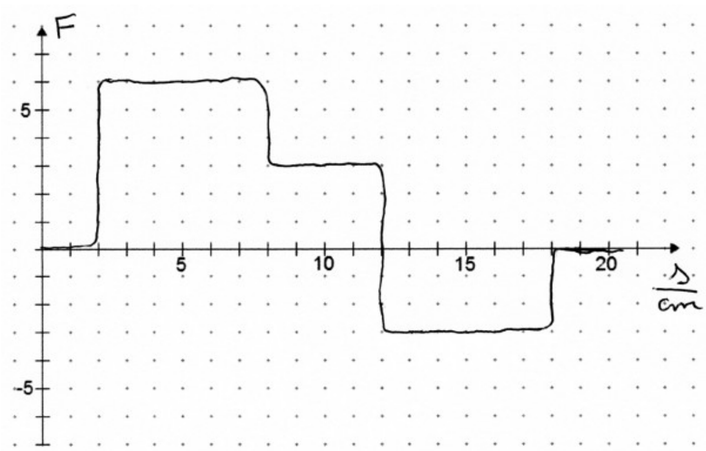
Umformen nach sin α und Einsetzen der Werte:

$$\sin\alpha = \frac{F}{I \cdot L \cdot B} = \frac{\frac{1}{1000} N}{4\,A \cdot 0{,}2\,m \cdot 5 \cdot 10^{-3}\,T} = 0{,}25 \rightarrow \alpha = \arcsin(0{,}25) = 14{,}5°$$

Der gesuchte Winkel hat die Winkelgröße 14,5°.

4





Ein stromdurchflossener Leiter wird durch ein örtlich begrenztes Magnetfeld nach unten heruntergelassen. Die Leiterschleife hat unten eine Breite von 4cm, die waagrechten Teile am oberen Rand der Leiterschleife sind jeweils 1cm lang.
Die Leitung der Leiterschleife verläuft senkrecht zu den magnetischen Feldlinien.
Rechts ist das Diagramm dargestellt, das sich ergibt, wenn man in Abhängigkeit von der Absenkung s der Leiterschleife (in cm gemessen) die Kraft F (in Skalenteilen) misst.
Positive F-Werte bedeuten eine Kraft nach oben, negative F-Werte eine Kraft nach unten.

a) Tragen Sie an den oberen Enden der Leiterschleife (mit + und -) die Polung der angelegten Spannung ein.

b) Beschreiben Sie für jede Änderung der Kraft die Lage der Leiterschleife bezüglich des Magnetfeldes.

Änderung bei s=2cm:
Der untere Teil der Leiterschleife tritt in das Magnetfeld ein. Wegen des positiven Wertes der Kraft wird der Leiter nach oben gedrückt, d.h. die Elektronen laufen im unteren Teil von rechts nach links und oben rechts ist der Minuspol (3-Finger-Regel der linken Hand).

Änderung bei s=8cm:
Nun treten auch die beiden kleinen waagrechten Leiterstücke am oberen Ende der Leiterschleife in das Magnetfeld ein. In ihnen bewegen sich die Elektronen von links nach rechts, d.h. diese Leiterstücke werden nach unten gedrückt. Da sie zusammen aber nur halb so lang wie das untere Leiterstück sind, wirkt auch nur die halbe Kraft ($F=I \cdot L \cdot B$, d.h. $F \sim L$). Die Addition beider Kräfte ergibt, dass nun insgesamt die halbe Kraft nach oben wirkt (3 statt 6 Skalenteile).

Änderung bei s=12cm:
Der untere Teil der Leiterschleife tritt unten aus dem Magnetfeld heraus. Nur noch die kleinen Leiterteile oben an der Leiterschleife werden nun noch vom Magnetfeld nach unten gedrückt, mit der halben Kraft (3 Skalenteile), mit der zu Beginn das lange Leiterstück nach oben gedrückt wurde.

Änderung bei s=18cm:
Nun ist die gesamte Leiterschleife aus dem Magnetfeld ausgetreten. Es wirkt keine Kraft mehr auf die Leiterschleife, da sich nur noch die senkrechten Zuleitungen im Magnetfeld befinden und diese Leiter parallel zu den Feldlinien verlaufen.

c) Bestimmen Sie an Hand des Messgraphen die Länge der beiden senkrechten Teilstücke der Leiterschleife im unteren Bereich und die senkrechte Ausdehnung des Magnetfeldes.

Zwischen dem Eintritt und dem Austritt des langen Leiterteils aus dem Magnetfeld liegt die Strecke 12cm-2cm=10cm. Die senkrechte Ausdehnung des Magnetfeldes beträgt also 10cm.

Zwischen dem Eintritt des langen Leiterteils und dem Eintritt der kleinen Leiterteile in das Magnetfeld liegt die Strecke 8cm-2cm=6cm. Die Höhe der Leiterschleife beträgt also 6cm.

---

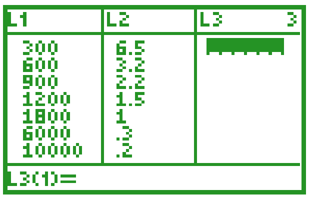
5 In einem Labor sollen Versuche gemacht werden, bei denen das Erdmagnetfeld stört. Man erzeugt deshalb mit verschiedenen Spulen ein Magnetfeld, das dem Erdmagnetfeld entgegengesetzt gerichtet ist, sodass die beiden Magnetfelder sich gegenseitig aufheben.
Die dazu verwendeten Spulen haben alle die Länge L=5cm, aber unterschiedliche Windungszahl n.

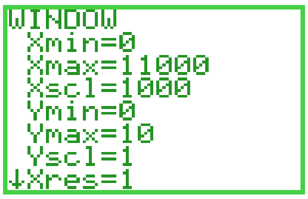
Bestimmt werden soll eine Funktion, die angibt, bei welcher Windungszahl welche Spulen-Stromstärke benötigt wird, damit das Magnetfeld der Erde aufgehoben wird.

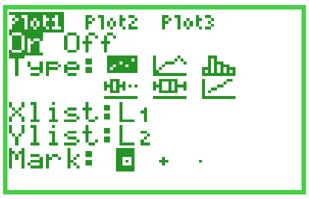
Messwerte:
$B_{Erdfeld,Diepholz}$=48µT
Windungszahl n und Stromstärke I in mA siehe Tabelle.

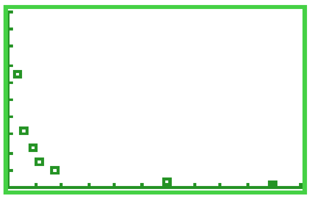
n	I/mA
300	6,5
600	3,2
900	2,2
1200	1,5
1800	1,0
6000	0,3
10000	0,2

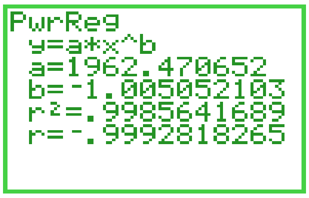
Man sieht, dass bei größer werdender Windungszahl die benötigte Stromstärke sinkt. Da es physikalisch sinnvoll ist, dass bei graphischer Darstellung die Stromstärke- und die Windungszahl-Achsen Asymptoten zum Messgraph sind, werden die Daten mit potenzieller Regression untersucht.

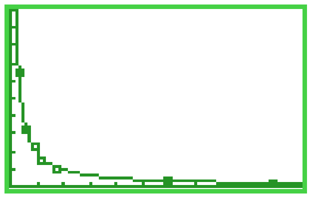












Mit x=n und y=I gilt wegen des Exponenten -1 die Proportionalität $I \sim n^{-1} \rightarrow I \sim \frac{1}{n}$.

Mit dem a-Wert der Regression folgt gerundet die Funktionsgleichung $I(n) = \frac{2000}{n}$ *für die zum Ausgleich des Magnetfeldes benötigte Stromstärke in Abhängigkeit von der Windungszahl n der verwendeten Spule.*

Formeln und Werte:

Ladung des Elektrons:	$e = 1{,}60217733 \cdot 10^{-19}\, C$
Masse des Elektrons:	$m_e = 9{,}1093897 \cdot 10^{-31}\, kg$
Ladung des Protons:	$Q_p = 1{,}60217733 \cdot 10^{-19}\, C$
Masse des Protons:	$m_p = 1{,}6726231 \cdot 10^{-27}\, kg$
Ladung eines α-Teilchens	$Q_\alpha = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\, C$
Masse eines α-Teilchens	$m_\alpha = 7 \cdot 10^{-27}\, kg$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \qquad W = m \cdot g \cdot h \qquad W = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 \qquad F = m \cdot g \qquad U = \frac{W}{Q} \qquad E = \frac{U}{d} \qquad F = m \cdot a$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \qquad s = v \cdot t \qquad v = a \cdot t \qquad F = I \cdot L \cdot B \qquad E = \frac{F}{Q} \qquad B = \frac{F}{Q \cdot v} \qquad \sigma = \frac{Q}{A} \qquad C = \frac{Q}{U}$$

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d} \qquad F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \qquad W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \qquad R = \rho \cdot \frac{L}{A} \qquad U = R \cdot I \qquad I = \frac{Q}{t}$$

$$\sigma = \epsilon_0 \cdot E \qquad F = m \cdot \frac{v^2}{r} \qquad F = Q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha \qquad W = F \cdot s$$

VIEL ERFOLG BEI DER BEARBEITUNG DER AUFGABEN!