

Lösung

- 1 Mikrowellen treffen auf einen Doppelspalt mit dem Spaltabstand 10 cm.
In 1 m Entfernung hinter dem Spalt (also weiter als im Foto) wird der Empfänger parallel zu der Spaltebene geführt. 29 cm neben dem Hauptmaximum registriert man das 1. Nebenmaximum.

Bezeichnungen (siehe Skizze):

Spaltabstand: $g = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$

Abstand zum Schirm: $a = 1 \text{ m}$

Abstand Hauptmaximum - 1. Nebenmaximum: $x_1 = 29 \text{ cm} = 0,29 \text{ m}$

- a) Zeigen Sie rechnerisch, dass die Wellenlänge der Mikrowellenstrahlung etwa 2,8 cm beträgt.

$$\text{Es gilt } \sin \alpha = \frac{n \cdot \lambda}{g} \text{ und } \tan \alpha = \frac{x_1}{a} = \frac{0,29}{1} \rightarrow \alpha \approx 16,2^\circ.$$

Für kleine Winkel α ($\alpha < 5^\circ$) gilt $\sin \alpha \approx \tan \alpha$. Diese Bedingung ist hier nicht erfüllt.

$$\text{Auflösen nach } \lambda: \sin \alpha_n = \frac{n \cdot \lambda}{g} \rightarrow \lambda = \frac{g \cdot \sin \alpha_n}{n}$$

$$\tan \alpha_n = \frac{x_n}{a} \rightarrow \alpha_n = \arctan\left(\frac{x_n}{a}\right) \rightarrow \lambda = \frac{g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{x_n}{a}\right)\right)}{n} \rightarrow$$

$$\lambda = \frac{0,1 \text{ m} \cdot \sin(\arctan 0,29)}{1} = 0,0278 \text{ m} \approx 2,8 \text{ cm w.z.z.w.}$$

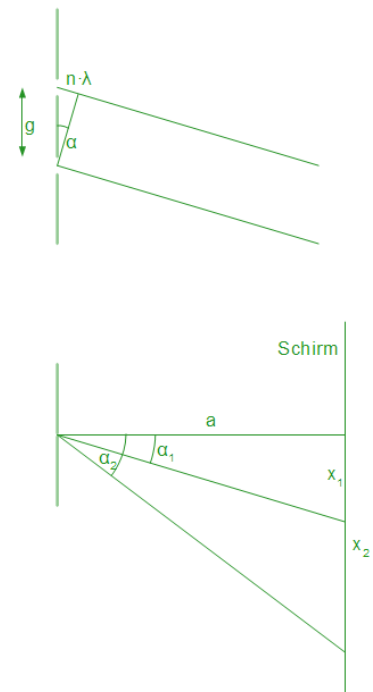
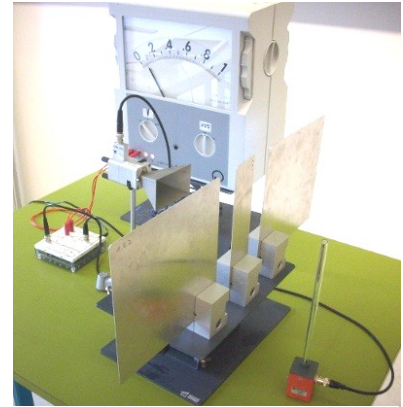
- b) Berechnen Sie, welchen Abstand das 2. Nebenmaximum vom Hauptmaximum besitzt.

Umstellen nach x_2 :

$$\tan \alpha_2 = \frac{x_2}{a} \rightarrow x_2 = a \cdot \tan \alpha_2; \quad \sin \alpha_2 = \frac{2 \cdot \lambda}{g} \rightarrow \alpha_2 = \arcsin\left(\frac{2 \cdot \lambda}{g}\right) \rightarrow$$

$$x_2 = a \cdot \tan\left(\arcsin\left(\frac{2 \cdot \lambda}{g}\right)\right) = 1 \text{ m} \cdot \tan\left(\arcsin\left(\frac{2 \cdot 0,0278 \text{ m}}{0,1 \text{ m}}\right)\right) = 0,6689 \text{ m} \approx 67 \text{ cm}$$

Das 2. Nebenmaximum ist etwa 67 cm vom Hauptmaximum entfernt.



- 2 Laserlicht mit der Wellenlänge $\lambda = 632 \text{ nm}$ durchsetzt ein Gitter mit 2500 Strichen pro cm. 30 cm hinter dem Gitter befindet sich der Beobachtungsschirm.

- a) Berechnen Sie, wie weit vom Hauptmaximum entfernt das 2. Nebenmaximum anzutreffen ist.

Überprüfung, ob hier die Näherung $\sin \alpha \approx \tan \alpha$ benutzt werden darf.

$$n=2 ; \lambda=632 \cdot 10^{-9} \text{ m} ; g=\frac{1}{2500} \text{ cm}=\frac{1}{250000} \text{ m} \rightarrow \sin \alpha_2=\frac{2 \cdot \lambda}{g}=2 \cdot 632 \cdot 10^{-9} \cdot 250000 \approx 0,316$$

$\alpha_2=\arcsin 0,316 \approx 18,4^\circ$ Die Näherung darf nicht angewendet werden.

Mit dem berechneten Winkel ergibt sich $\tan \alpha_2=\frac{x_2}{a} \rightarrow x_2=a \cdot \tan \alpha_2=0,3 \text{ m} \cdot \tan 18,4^\circ=0,1 \text{ m}$

b) Der Raum zwischen Gitter und Schirm wird nun mit Wasser gefüllt.

An der Stelle, an der bei Luft das 2. Nebenmaximum zu sehen war, ist nun im Wasser das 3. Nebenmaximum zu sehen.

Berechnen Sie die Lichtgeschwindigkeit in Wasser.

Luft: $\sin \alpha=\frac{2 \cdot \lambda_{\text{Luft}}}{g}$; Wasser: $\sin \alpha=\frac{3 \cdot \lambda_{\text{Wasser}}}{g}$

Durch Gleichsetzen ergibt sich: $\frac{2 \cdot \lambda_{\text{Luft}}}{g}=\frac{3 \cdot \lambda_{\text{Wasser}}}{g} \rightarrow 2 \cdot \lambda_{\text{Luft}}=3 \cdot \lambda_{\text{Wasser}} \rightarrow \frac{\lambda_{\text{Wasser}}}{\lambda_{\text{Luft}}}=\frac{2}{3}$.

Die Frequenz des Lichtes bleibt im Wasser gleich, da die Farbe sich nicht ändert.

Über die Beziehung $c=f \cdot \lambda$ lässt sich deshalb die Lichtgeschwindigkeit im Wasser bestimmen:

$$c=f \cdot \lambda \rightarrow f=\frac{c}{\lambda}=\frac{c_{\text{Wasser}}}{\lambda_{\text{Wasser}}}=\frac{c_{\text{Luft}}}{\lambda_{\text{Luft}}} \rightarrow c_{\text{Wasser}}=c_{\text{Luft}} \cdot \frac{\lambda_{\text{Wasser}}}{\lambda_{\text{Luft}}}=3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{2}{3}=2 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Im Wasser beträgt die Lichtgeschwindigkeit also 200000 km/s.

3 a) Erläutern Sie, wie Röntgenstrahlen entstehen.

Werden Elektronen beschleunigt und prallen dann auf Metall, so werden sie abgebremst. Die dabei freigesetzte Energie wird in Form von Röntgenstrahlen, einer sehr kurzwelligen Strahlung, abgegeben.

Das bei einer Beugung am Gitter entstehende Spektrum nennt man Bremsspektrum.

Die anderen Spektralanteile werden wir später behandeln.

b) Zeigen Sie mit Hilfe der zu ergänzenden nebenstehenden Skizze, warum man die Wellenlänge von Röntgenstrahlen mit Hilfe der Formel $\lambda=2 \cdot a \cdot \sin \alpha$ bestimmen kann, wenn die Röntgenstrahlen unter dem Winkel α auf einen Kristall mit dem Netzebenenabstand a fallen.

Die 2 parallel verlaufenden Strahlen haben nach der Reflexion einen Gangunterschied von λ und tragen deshalb zum 1. Nebenmaximum bei.

Es gilt $\sin \alpha=\frac{\frac{1}{2} \cdot \lambda}{a} \rightarrow 2 \cdot \sin \alpha=\frac{\lambda}{a} \rightarrow \lambda=2 \cdot a \cdot \sin \alpha$ w.z.z.w.

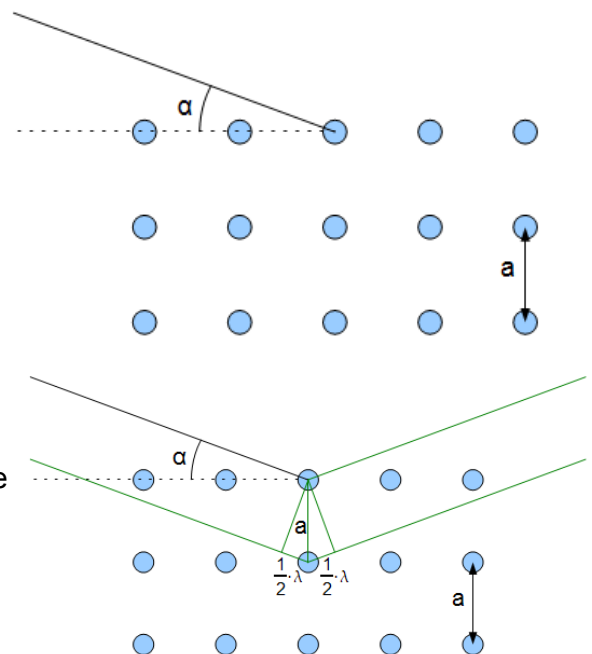
c) Berechnen Sie die Wellenlänge der Röntgenstrahlen, wenn $\alpha=20^\circ$ und $a=2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

$$\lambda=2 \cdot a \cdot \sin \alpha=2 \cdot 2 \cdot 10^{-10} \text{ m} \cdot \sin 20^\circ=1,37 \cdot 10^{-10} \text{ m}=137 \text{ pm}$$

d) Berechnen Sie, wie viele Nebenmaxima es gibt.

Der Gangunterschied muss ein ganzzahliges Vielfaches von λ betragen.

Es gilt also $n \cdot \lambda=2 \cdot a \cdot \sin \alpha$. Da $\sin \alpha$ kleiner oder höchstens gleich 1 sein darf, folgt



$$n \cdot \lambda \leq 2 \cdot a \rightarrow n \leq \frac{2 \cdot a}{\lambda} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-10} \text{ m}}{1,37 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = \frac{4}{1,37} \approx 2,9 \text{ Es gibt also nur das 1. und 2. Nebenmaximum.}$$

- 4 a) In einen Schwingkreis mit einer Spule der Induktivität 1,2 mH wird ein Kondensator eingesetzt, sodass die Schwingungsfrequenz 500 kHz beträgt. Berechnen Sie die Kapazität C des Kondensators.

Die Frequenz eines Schwingkreises berechnet sich aus $f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$. Auflösen nach C:

$$f^2 = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C} \rightarrow C = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot f^2} = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot 500^2 \cdot 10^6 \text{ Hz}^2} = \frac{1}{1,18 \cdot 10^{10}} \text{ F} = 8,44 \cdot 10^{-11} \text{ F} = 84,4 \text{ pF}$$

- b) Berechnen Sie, wie sich die Frequenz ändert, wenn man 3 weitere gleichartige Spulen in den Schwingkreis einbaut?

Mit 1 Spule ergibt sich die Frequenz $f_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{1 \cdot L \cdot C}}$, bei 3 zusätzlichen Spulen, also 4 Spulen insgesamt, ergibt sich $f_4 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{4 \cdot L \cdot C}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2} \cdot f_1$. Die Frequenz halbiert sich also.

- 5 a) Die Kaliumschicht einer Fozzelle besitzt eine Austrittsarbeit von $W_a = 2,25 \text{ eV}$. Berechnen Sie die Energie der Elektronen, die aus der Fozzelle frei gesetzt werden, wenn violettes Licht der Wellenlänge $\lambda = 356 \text{ nm}$ auf die Fozzelle trifft.

Die Energie eines Photons berechnet sich aus $E_{Ph} = h \cdot f \stackrel{c=f \cdot \lambda}{=} h \cdot \frac{c}{\lambda} = h \cdot \frac{c}{356 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 5,58 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Umrechnung in eV: $5,58 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{5,58 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 3,48 \text{ eV}$. Zieht man davon die Energie für das

Auslösen aus dem Metall ab, so ergibt sich $E_e = 3,48 \text{ eV} - 2,25 \text{ eV} = 1,23 \text{ eV} = 1,97 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

- b) Bei einer anderen Fozzelle misst man beim Auftreffen von UV-Licht der Wellenlänge $\lambda = 330 \text{ nm}$ die gleiche Elektronenenergie. Berechnen Sie die Austrittsarbeit dieser Fozzelle.

$$\text{Es gilt } E_{e1} = E_{e2} \rightarrow h \cdot f_1 - W_{a1} = h \cdot f_2 - W_{a2} \rightarrow \frac{h \cdot c}{\lambda_1} - W_{a1} = \frac{h \cdot c}{\lambda_2} - W_{a2} \rightarrow W_{a2} = \frac{h \cdot c}{\lambda_2} - \frac{h \cdot c}{\lambda_1} + W_{a1}$$

Mit $h = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$ ergibt sich $W_{a2} = 3,76 \text{ eV} - 3,48 \text{ eV} + 2,25 \text{ eV} = 2,53 \text{ eV}$

Die Austrittsarbeit der zweiten Fozzelle beträgt $W_{a2} = 2,53 \text{ eV}$.

Formeln und Konstanten

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \quad f = \frac{1}{T} \quad \lambda = \frac{h}{p} \quad \sin \alpha = \frac{GK}{HY} \quad \cos \alpha = \frac{AK}{HY} \quad \tan \alpha = \frac{GK}{AK}$$

$$c = f \cdot \lambda \quad W = h \cdot f - W_a \quad 1 \text{ eV} = 1,60217733 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot \text{V} = 1,60217733 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$h = 6,6260755 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4,1356692 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \quad c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!