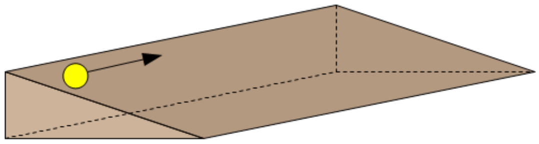
Lösung *(Rechnungen teilweise ohne Einheiten, Antworten mit Einheiten)*

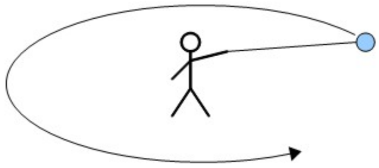
Die auf Seite 3 stehenden Formeln dürfen benutzt werden.
Alle anderen Formeln müssen hergeleitet werden.

---

1 a) Auf einer schrägen Ebene wird ein Ball so gerollt, dass er auf gleicher Höhe bleiben würde, auf Grund der Schräge aber immer mehr aus seiner Bahn abgelenkt wird.



b) Beim Hammerwerfen wird die Kugel zu Beginn an einem Stahldraht um den Hammerwerfer herum gedreht.



Geladene Teilchen bewegen sich in magnetischen und elektrischen Feldern auf ähnlichen Bahnen wie die Kugeln in a) und b).

Ordnen Sie die Fälle a) und b) eindeutig dem magnetischen oder elektrischen Feld zu und begründen Sie, warum die Bahnen in diesen Fällen ähnlich sein müssen.

Bei a) wirkt die Kraft immer in dieselbe Richtung (parallel zur eingezeichneten seitlichen schrägen Kante), unabhängig davon, in welche Richtung sich der Ball gerade bewegt. Auch die Kraft im homogenen elektrischen Feld wirkt immer in eine Richtung unabhängig von der Bewegung der Ladungen. Also ist der Fall a) analog zum elektrischen Feld zu sehen.

Bei b) wirkt die Kraft (Radius) immer senkrecht zur Bewegungsrichtung (Tangente) der Kugel. Ebenfalls senkrecht zur Bewegungsrichtung der Ladungen wirkt die Lorentzkraft im magnetischen Feld. Also ist der Fall b) analog zum magnetischen Feld zu sehen.

---

2 Ein Draht, der senkrecht zu den Feldlinien des Erdmagnetfeldes ($B \approx 4 \cdot 10^{-5}$ T) aufgehängt ist, erfährt eine Kraft von 1 N, wenn durch ihn ein Strom der Stromstärke 300 A geleitet wird. Berechnen Sie die Länge des Drahtes.

Formel für Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter: $F = I \cdot L \cdot B$.

Umformen nach L und Einsetzen der Werte: $L = \frac{F}{I \cdot B} = \frac{1\,N}{300\,A \cdot 4 \cdot 10^{-5}\,T} \approx 83{,}3\,m$

Der Draht ist also etwas länger als 83 m.

---

3 Bei alten Gebäuden, deren Blitzschutzanlage ungenügend gewartet wurde, kann es dazu kommen, dass nach einem Blitzschlag der Blitzableiter aus dem Mauerwerk gerissen wird. Ist es möglich, dass das auf Grund der Kraft geschieht, die durch das Erdmagnetfeld ausgeübt wird?
Beantworten Sie die Frage auf Grund einer Rechnung mit folgenden Werten:
Stromstärke eines Blitzes: etwa 20 000 A ; Länge des Blitzableiters: 10 m ; $B_{Erde} = 4 \cdot 10^{-5}$ T

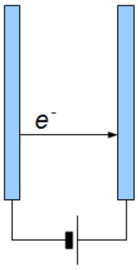
Formel für Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter: $F = I \cdot L \cdot B$.

Einsetzen der Werte: $F = 20000\,A \cdot 10\,m \cdot 4 \cdot 10^{-5}\,T = 8\,N$

Durch diese geringe Kraft (Gewichtskraft von 8 Tafeln Schokolade) kann auch ein sehr alter Blitzableiter nicht aus dem Mauerwerk gerissen werden.
Schuld am Schaden ist die große Hitzewirkung des Stroms.

---

4 Mit der Spannung einer Batterie (U=1,5V) soll ein Elektron zwischen 2 parallel aufgestellten Metallplatten, die den Abstand 3 cm haben, beschleunigt werden.



a) Berechnen Sie die Endgeschwindigkeit des Elektrons.

Aus der Definition der Spannung $U=\frac{W}{Q}$ *folgt die Formel für die Energie im elektrischen Feld:* $W=U\cdot Q$. *Durchläuft das Elektron das Kondensatorfeld, so hat es diese Energie als kinetische Energie* $W=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$ *gewonnen. Also gilt* $U\cdot e=\frac{1}{2}\cdot m_e\cdot v^2$.

Umformen nach v und Einsetzen der Werte: $v=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U}{m_e}}=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot 1{,}5}{m_e}}\approx 7{,}26\cdot 10^5$

Die Geschwindigkeit beträgt etwa $7{,}26\cdot 10^5\frac{m}{s}$.

b) Berechnen Sie, wie lange der Beschleunigungsvorgang dauert.

Bewegungsgleichungen für die beschleunigte Bewegung: $s=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2$; $v=a\cdot t$.

Umformen und Beschleunigung a entfernen: $a=\frac{v}{t} \rightarrow s=\frac{1}{2}\cdot\frac{v}{t}\cdot t^2=\frac{v\cdot t}{2} \rightarrow t=\frac{2\cdot s}{v}$.

Einsetzen der Werte: $t=\frac{2\cdot 0{,}03}{7{,}26\cdot 10^5}\approx 8{,}26\cdot 10^{-8}=82{,}6\cdot 10^{-9}$

Der Beschleunigungsvorgang dauert also etwa 83 ns.

Konnte unter a) die Geschwindigkeit v nicht berechnet werden, hätte man auch so rechnen können:

Wegen $E=\frac{U}{d}$ *und* $E=\frac{F}{Q}=\frac{F}{e}=\frac{m_e\cdot a}{e}$ *und* $d=s=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 \rightarrow a=\frac{2\cdot d}{t^2}$ *gilt*

$$\frac{U}{d}=\frac{m_e\cdot 2\cdot d}{e\cdot t^2} \rightarrow t=\sqrt{\frac{2\cdot m_e\cdot d^2}{e\cdot U}}=8{,}26\cdot 10^{-8}\,s$$

c) Wie groß ist die Geschwindigkeit, wenn der Abstand der Platten auf 6 cm verdoppelt wird? Rechnung oder schriftliche Begründung!

Da der Abstand der Platten in den Formeln zu a) nicht auftritt, ist die Geschwindigkeit unabhängig vom Plattenabstand, also auch etwa $7{,}26\cdot 10^5\frac{m}{s}$.

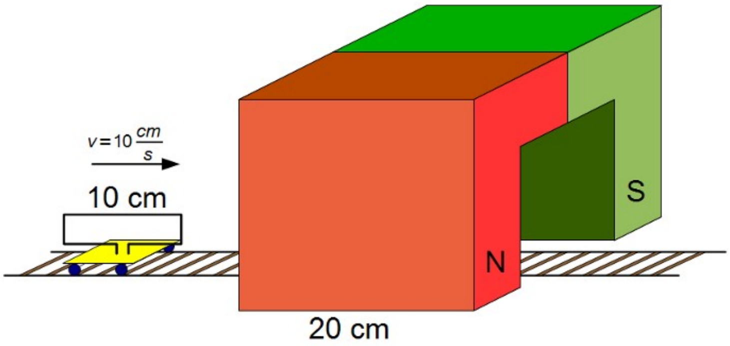
d) Wie groß ist die Geschwindigkeit, wenn statt eines Elektrons ein Proton beschleunigt wird? Rechnung oder schriftliche Begründung!

In diesem Fall muss die Protonenmasse m_p *statt der Elektronenmasse* m_e *eingesetzt werden. Die Ladungen von Elektron und Proton sind bis auf das hier unwichtige Vorzeichen gleich.*

$v=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U}{m_p}}=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot 1{,}5}{m_p}}\approx 1{,}70\cdot 10^4$ *Die Geschwindigkeit beträgt etwa* $1{,}70\cdot 10^4\frac{m}{s}$.

---

5 Eine Modelleisenbahnanlage ist mit einem Tunnel ausgestattet, der aus einem 20 cm langen Hufeisenmagnet gebildet wird, in dessen Innenraum ein homogenes Magnetfeld besteht.



Ein Wagen, auf dem ein rechteckig gebogener Draht befestigt ist, welcher von einem konstanten Gleichstrom durchflossen wird, rollt zunächst mit konstanter Geschwindigkeit (Reibung wird vernachlässigt) auf den Tunnel zu.

a) Geben Sie eindeutig an, in welcher Richtung die Elektronen dabei durch den Draht fließen müssen, damit der Wagen beim Eintritt in den Tunnel beschleunigt wird.

Damit der Wagen beschleunigt wird, muss eine Kraft nach rechts wirken.Dazu müssen sich nach der 3-Finger-Regel der linken Hand die Elektronen im rechten Abschnitt der Leiterschlaufe nach oben bewegen, da das Magnetfeld in die Papierebene hinein zeigt. Die Elektronen fließen also gegen den Uhrzeigersinn durch den Draht, der Minuspol ist rechts, der Pluspol links.

b) Bei der Fahrt auf dem eingezeichneten Gleis wirkt das Magnetfeld in verschiedenen Zeitabschnitten jeweils unterschiedlich auf die Bewegung des Wagens ein. Beschreiben Sie mit Begründung, zu welchen Zeiten das Magnetfeld welche Wirkung auf den Wagen ausübt. Der Wagen fährt mit der Geschwindigkeit $v=10\frac{cm}{s}$ so, dass zum Zeitpunkt 0 s die rechte Seite der Leiterschleife 10 cm vom Beginn des Magnetfeldes entfernt ist. Nehmen Sie an, dass das Magnetfeld ausschließlich im Inneren des Hufeisenmagneten besteht und dort vollständig homogen ist.

0 cm bis 10 cm: Der Wagen fährt mit der Geschwindigkeit 10 cm/s, da sich die Leiterschleife noch außerhalb des Magnetfeldes befindet.

10 cm bis 20 cm: Der Wagen wird beschleunigt, da der rechte senkrechte Leiterteil im Magnetfeld eine Kraft nach rechts erfährt. Die Kräfte auf die oberen und unteren Leiterteile heben sich auf und sind sowieso zu vernachlässigen, da durch sie keine Kraftkomponente in waagrechte Richtung zeigt.

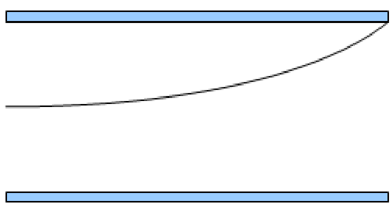
20 cm bis 30 cm: Der rechte und der linke senkrechte Teil der Leiterschlaufe befinden sich im Magnetfeld. Nach der 3-Finger-Regel der linken Hand wirkt auf den rechten Teil eine Kraft nach rechts und auf den linken Teil eine gleich große Kraft nach links. Der Wagen wird also nicht mehr beschleunigt, sondern fährt mit konstanter Geschwindigkeit weiter.

30 cm bis 40 cm: Nur noch der linke senkrechte Teil der Leiterschlaufe befindet sich im Magnetfeld. Dadurch wird der Wagen abgebremst und da die Abbremsstrecke genau so lang ist wie die Beschleunigungsstrecke, hat der Wagen zum Schluss seine Ausgangsgeschwindigkeit von 10 cm/s wieder erreicht.

ab 40cm: Der Wagen fährt mit der Geschwindigkeit 10 cm/s weiter.

---

6 a) Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Bewegung in y-Richtung die Bewegungsgleichung $y=\frac{e\cdot U_C}{2\cdot d\cdot m_e}\cdot t^2$ gilt und dass die Bahnkurve eines Elektrons in einem Kondensatorfeld durch die Gleichung $y=\frac{e\cdot U_C}{2\cdot d\cdot m_e\cdot v^2}\cdot x^2$



beschrieben werden kann.
U_C ist die Spannung am Kondensator und d ist der Abstand der Kondensatorplatten.
v ist die Geschwindigkeit, e die Ladung und m_e die Masse des Elektrons.
Das Koordinatensystem hat seinen Ursprung in dem Punkt, in dem das Elektron in das Kondensatorfeld eintritt.
Die Kondensatorplatten liegen parallel zur x-Achse.

In senkrechter Richtung bewegt sich das Elektron wegen der konstanten Kraft im elektrischen Feld des Kondensators gleichförmig beschleunigt nach der Gleichung $y=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2$.

Für die elektrische Kraft F_E gilt die Newtonsche Bewegungsgleichung $F_E=m_e\cdot a$ mit der Elektronenmasse m_e.

Wegen der Definitionsgleichung für die elektrische Feldstärke $E=\frac{F}{Q}$ *gilt $F_E=Q\cdot E=e\cdot E$.*

Im homogenen elektrischen Feld gilt die Formel $E=\frac{U_C}{d}$ *(U_C: Spannung an den Kondensatorplatten; d: Abstand der Kondensatorplatten).*

Also folgt: $m_e\cdot a=e\cdot E=\frac{e\cdot U_C}{d} \rightarrow a=\frac{e\cdot U_C}{m_e\cdot d} \rightarrow y=\frac{1}{2}\cdot\frac{e\cdot U_C}{m_e\cdot d}\cdot t^2=\frac{e\cdot U_C}{2\cdot m_e\cdot d}\cdot t^2$ *q.e.d.*

In waagrechter Richtung bewegt sich das Elektron mit konstanter Geschwindigkeit.
Es gilt also die Bewegungsgleichung $x=v\cdot t$.

Auflösen nach t und Einsetzen in die Gleichung für y:

$t=\frac{x}{v} \rightarrow y=\frac{e\cdot U_C}{2\cdot m_e\cdot d}\cdot\frac{x^2}{v^2}=\frac{e\cdot U_C}{2\cdot m_e\cdot d\cdot v^2}\cdot x^2$ *q.e.d.*

b) Gehen Sie von folgenden Voraussetzungen aus:
Abstand der Kondensatorplatten 10 cm. Länge der Kondensatorplatten 30 cm.
Geschwindigkeit der Elektronen: $1\cdot 10^7\frac{m}{s}$.
Ein Elektron tritt senkrecht zu den Feldlinien des Kondensatorfeldes in den Kondensator ein. Eintrittsort: jeweils 5 cm von den Kondensatorplatten entfernt, also in der Mitte.
Berechnen Sie, welche Spannung U_C höchstens angelegt werden darf, damit das Elektron das Kondensatorfeld wieder verlassen kann.

Auflösen der Gleichung für y nach U_C: $U_C=\frac{2\cdot m_e\cdot d\cdot v^2\cdot y}{e\cdot x^2}$

d= 10 cm = 0,1 m ; v= $1\cdot 10^7$ m/s ; y= 5 cm = 0,05 m ; x = 30 cm = 0,3 m

Einsetzen der Werte gibt für die gesuchte Beschleunigungsspannung U_C = 63,2 V.
Wäre die Spannung höher, würde das Elektron stärker abgelenkt und würde an die Platten stoßen, d.h. es würde nicht den Kondensator verlassen.

c) Geben Sie mit Begründung an, welchen Wert die Ablenkspannung U_C im Teil b) haben müsste, wenn man nicht mit Elektronen sondern mit Protonen experimentieren würde und die Beschleunigungsspannung U_B konstant lassen würde.

In Aufgabe 4 wurde schon die Geschwindigkeit berechnet, die ein Elektron beim Durchlaufen einer Beschleunigungsstrecke mit der Beschleunigungsspannung U_B erhält: $v=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m_e}}$.

Für ein Proton gilt analog: $v=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m_p}}$.

Diese Geschwindigkeit wird in die gegebene Formel für y eingesetzt:

$$y=\frac{e \cdot U_C}{2 \cdot d \cdot m_p \cdot v^2} \cdot x^2=\frac{e \cdot U_C}{2 \cdot d \cdot m_p \cdot \frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m_p}} \cdot x^2=\frac{U_C}{4 \cdot d \cdot U_B} \cdot x^2$$

Da in dieser Formel die Eigenschaften von Elektron und Proton nicht mehr vorkommen, bewegt sich das Proton genau so wie das Elektron, d.h. die Spannung U_C müsste nicht geändert werden.

Auch das Vorzeichen spielt keine Rolle, da der Eintrittsort in den Kondensator genau in der Mitte zwischen den Platten liegt. Der Vorgang läuft also beim Proton achsensymmetrisch zum Vorgang beim Elektron ab.

Formeln und Werte:

Ladung des Elektrons:	$e=1{,}60217733 \cdot 10^{-19}\,C$
Masse des Elektrons:	$m_e=9{,}1093897 \cdot 10^{-31}\,kg$
Ladung des Protons:	$Q_p=1{,}60217733 \cdot 10^{-19}\,C$
Masse des Protons:	$m_p=1{,}6726231 \cdot 10^{-27}\,kg$

$W=\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ $\quad W=m \cdot g \cdot h$ $\quad W=\frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$ $\quad F=m \cdot g$ $\quad U=\frac{W}{Q}$ $\quad E=\frac{U}{d}$ $\quad F=m \cdot a$

$s=\frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ $\quad s=v \cdot t$ $\quad v=a \cdot t$ $\quad E=\frac{F}{Q}$ $\quad B=\frac{F}{Q \cdot v}$ $\quad \sigma=\frac{Q}{A}$ $\quad C=\frac{Q}{U}$ $\quad W=F \cdot s$

$C=\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$ $\quad F=\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$ $\quad W=\frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$ $\quad R=\rho \cdot \frac{L}{A}$ $\quad U=R \cdot I$ $\quad I=\frac{Q}{t}$

$\sigma=\epsilon_0 \cdot E$ $\quad F=I \cdot L \cdot B$ $\quad F=m \cdot \frac{v^2}{r}$

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!