



- 1 Silber besitzt 2 stabile Nuklide, die etwa gleich häufig im Silber vorkommen: $^{107}_{47}\text{Ag}$ und $^{109}_{47}\text{Ag}$. Beschießt man diese Kerne mit Neutronen, so fangen sie ein Neutron ein und werden damit zu Isotopen, die nicht stabil sind.

- 1.1 Bestimmen Sie mit Hilfe folgender Nuklidkarte die entstehenden Isotope und geben Sie deren Zerfallsart, die bei deren Zerfall entstehenden Teilchen und das entstehende Endprodukt an.

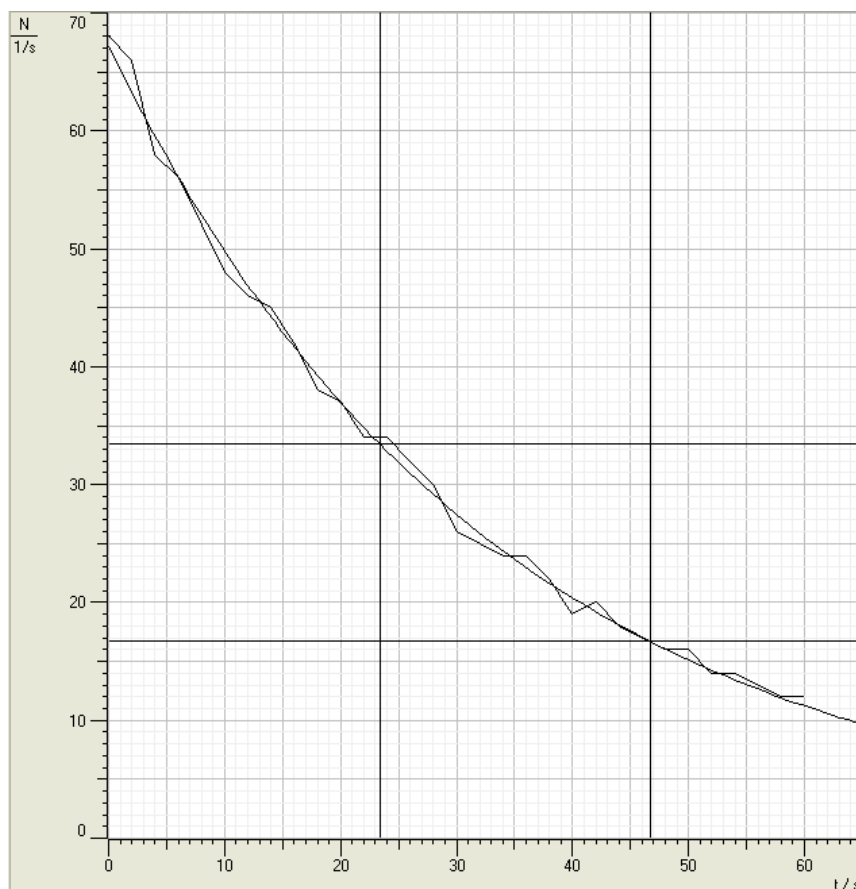
p \ n	58	59	60	61	62	63	64	
49	In-107	In-108	In-109	In-110	In-111	In-112	In-113	
48	Cd-106	Cd-107	Cd-108	Cd-109	Cd-110	Cd-111	Cd-112	stabil
47	Ag-105	Ag-106	Ag-107	Ag-108	Ag-109	Ag-110	Ag-111	β -Zerfall
46	Pd-104	Pd-105	Pd-106	Pd-107	Pd-108	Pd-109	Pd-110	β^- -Zerfall
45	Rh-103	Rh-104	Rh-105	Rh-106	Rh-107	Rh-108	Rh-109	

Durch Neutroneneinfang entsteht das Isotop, das rechts neben dem Ausgangsisotop in der Tabelle steht. Aus Ag-107 entsteht also Ag-108 und aus Ag-109 entsteht Ag-110.

Beide Isotope zerfallen durch β -Zerfall nach der Formel $n \rightarrow p^+ + e^- + \tilde{\nu}$.

Es entstehen also ein Elektron und ein Antineutrino und durch das Umwandeln eines Neutrons in ein Proton entsteht aus Ag-108 das Isotop Cd-108 und aus dem Isotop Ag-110 entsteht das Isotop Cd-110.

- 1.2 Um $^{107}_{47}\text{Ag}$ umzuwandeln, benötigt man etwa 1 Stunde, für $^{109}_{47}\text{Ag}$ reichen etwa 2 Minuten. Zunächst beschießt man das Silber etwa 2 Minuten mit Neutronen und misst dann die Aktivität der Probe. Das Messergebnis wird Ihnen als Graph gegeben:



1.2.1 Begründen Sie, warum die Kurve höchstwahrscheinlich durch eine Gleichung der Form $N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda t}$ beschrieben werden kann.

Es handelt sich beim β -Zerfall um einen Prozess, bei dem der Zerfall völlig zufällig aber mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit abläuft. Bei diesen Prozessen gelten folgende Gesetzmäßigkeiten:

- Die Anzahl der Zerfälle ΔN ist proportional zur Anzahl der vorhandenen Teilchen N : $\Delta N \sim N$
- Die Anzahl der Zerfälle ΔN ist proportional zur Zeitspanne Δt : $\Delta N \sim \Delta t$
- Damit gilt $\Delta N \sim N \cdot \Delta t$ und weiter $\Delta N = -\lambda \cdot N \cdot \Delta t$ mit einer Konstanten $-\lambda$. Das Minuszeichen soll die Abnahme der Teilchen anzeigen.

Für $\Delta t \rightarrow 0$ gilt $dN = -\lambda \cdot N \cdot dt \rightarrow \frac{1}{N} \cdot dN = -\lambda dt \rightarrow \int \frac{1}{N} dN = \int -\lambda dt \rightarrow \ln N = -\lambda \cdot t + c \rightarrow N = e^{-\lambda t + c} = e^c \cdot e^{-\lambda t}$. Mit $t=0$ ergibt sich die Teilchenzahl zur Zeit 0: $N(0) = e^c \cdot e^0 = e^c \cdot 1 = e^c$
Daraus folgt: $N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda t}$. q.e.d.

1.2.2 Geben Sie an, zu welchem Silber-Isotop die Messkurve gehört, bestimmen Sie die Halbwertszeit und berechnen Sie den unter 1.2.1 erwähnten λ -Wert.

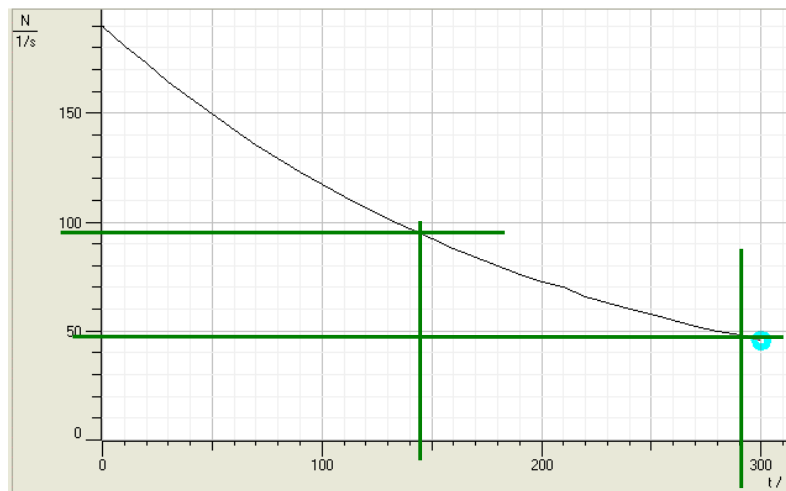
Den Angaben zufolge kann in 2 Minuten nur das Isotop $^{109}_{47}\text{Ag}$ genügend angereichert worden sein. Deshalb gehört dieses Isotop zur Messkurve.

Nach zeichnerischer Auswertung ergibt sich eine Halbwertszeit von $T_{\frac{1}{2}} = 23,5 \text{ s}$. Es gilt

$$N\left(T_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2} \cdot N(0) = N(0) \cdot e^{-\lambda \cdot T_{\frac{1}{2}}} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot T_{\frac{1}{2}}} \rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda \cdot T_{\frac{1}{2}} \rightarrow -\ln 2 = -\lambda \cdot T_{\frac{1}{2}} \rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}}$$

und damit $\lambda = \frac{\ln 2}{23,5 \text{ s}} \approx 0,0295 \frac{1}{\text{s}}$.

1.3 Nun wird das Silber 1 Stunde lang mit Neutronen bestrahlt. Nach der Bestrahlung wartet man 2 Minuten. Dann wird wieder die Aktivität gemessen. Dabei ergibt sich folgendes Diagramm:

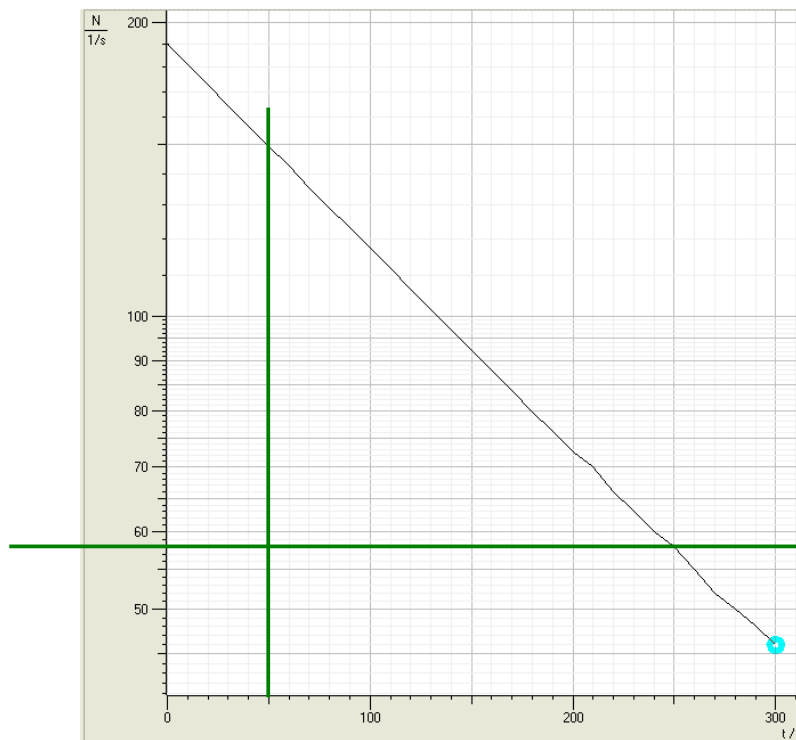


Bestimmen Sie auch hier die Halbwertszeit und geben Sie an, welches Isotop hier untersucht wurde.

Wenn Sie die Auswertung nachvollziehbar mit folgender halblogarithmischer Darstellung durchführen (auf der senkrechten Achse ist $\ln N(t)$ abgetragen), erhalten Sie Zusatzpunkte.

Die zeichnerische Auswertung ergibt etwa 145 s als Halbwertszeit für das Isotop mit der längeren Aktivierungszeit: $^{107}_{47}\text{Ag}$.

Auswertung mit Hilfe der halblogarithmischen Darstellung auf der nächsten Seite.



Dargestellt ist $\ln N(t) = -\lambda \cdot t$.

Daraus ergibt sich aus der Steigung der Ausgleichsgerade: $\lambda = \frac{\Delta \ln N(t)}{\Delta t} = \frac{\ln 150 - \ln 58}{200 \text{ s}} \approx 0,00475$

Mit $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}}$ → $T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda}$ ergibt sich $T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{0,00475} \approx 146 \text{ s}$ als Halbwertszeit.

- 1.4 Geben Sie mit Begründung an, warum beim Versuch zu 1.3 zwischen Neutronenbestrahlung und Zerfallsmessung 2 Minuten gewartet wurde.

Das Isotop $^{109}_{47}\text{Ag}$ wurde auch angereichert. Es zerfällt aber sehr schnell (HWZ = 22 s), sodass nach 2 Minuten (etwa 6 Halbwertszeiten) von diesem Isotop nur noch wenig vorhanden ist. Man kann also sicher sein, bei der Auswertung tatsächlich das längerlebige Isotop $^{107}_{47}\text{Ag}$ zu untersuchen.

- 2 Erläutern Sie, was man bei Radioaktivität unter Äquivalentdosis, Aktivität und Energiedosis versteht und geben Sie begründet an, welche dieser 3 Größen man benutzt, um die Schädlichkeit radioaktiver Strahlung auf den Menschen zu beschreiben.

Die Aktivität gibt an, wieviel Zerfälle pro Sekunde auftreten (Einheit Becquerel: $1 \text{ Bq} = 1/\text{s}$). Sicher ist eine höhere Aktivität schädlicher als eine niedrige Aktivität, wenn man sonst gleiche Bedingungen hat. Aussagekräftiger ist aber, wieviel Energie von einem Körper absorbiert wurde.

Das wird durch die Energiedosis beschrieben (Einheit Gray: $1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg}$). Die Energiedosis gibt an, wieviel Energie pro Kilogramm Masse absorbiert wird.

Aber auch die Energie allein sagt noch wenig über die Schädlichkeit aus. Wichtig ist, welche radioaktive Strahlung absorbiert wurde. Die Äquivalentdosis (Einheit Sievert: $1 \text{ Sv} = 1 \text{ J/kg}$) beschreibt das dadurch, dass die Energiedosis noch mit einem Faktor multipliziert wird, der entsprechend der Schädlichkeit der Strahlung gewählt wird.

3 Nicht nur durch Kernspaltung, sondern auch durch Kernfusion lässt sich Energie gewinnen, also dadurch, dass man Atomkerne aus kleineren Komponenten zusammensetzt.

Ein derartiger Prozess ist z. B. ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n} + \text{Energie}$.

3.1 Berechnen Sie, wie viel Energie (in der Einheit MeV) man bei dieser Reaktion erhält.

3.2 Seit einem halben Jahrhundert versucht man die Voraussetzungen dafür zu schaffen, dass die Kernfusion zur Energiegewinnung genutzt werden kann. Erfolge stellen sich leider nur schrittweise ein. Geben Sie begründet an, wo Ihrer Meinung nach Schwierigkeiten beim Fusionsprozess auftreten.

Teilchen	Bezeichnung	Masse in u
Neutron	n	1,00866490
Proton	p	1,0072765
leichter Wasserstoff	${}^1_1\text{H}$	1,0072765
schwerer Wasserstoff / Deuterium	${}^2_1\text{H}$	2,0135534
überschwerer Wasserstoff / Tritium	${}^3_1\text{H}$	3,0155004
Helium-3	${}^3_2\text{He}$	3,014932
Helium-4	${}^4_2\text{He}$	4,001506

$$1\text{u} = 1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Die Addition der Massen auf der linken Seite der Reaktionsgleichung ergibt

$$2,0135534 + 3,0155004 = 5,0290538$$

$$\text{Auf der rechten Seite ergibt sich } 4,001506 + 1,00866490 = 5,0101709$$

Es bleibt eine Differenz von $5,0290538 - 5,0101709 = 0,0188829$, die in Energie umgesetzt wird.

Die Massenangaben sind in der Einheit u angegeben.

$$\text{Differenzmasse in kg: } 0,0188829 \cdot 1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 3,135581 \cdot 10^{-29} \text{ kg.}$$

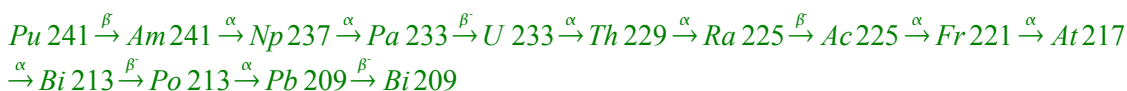
$$\text{Umrechnung in Energie nach } E = m \cdot c^2 : 3,135581 \cdot 10^{-29} \text{ kg} \cdot (2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 2,81812 \cdot 10^{-12} \text{ J.}$$

$$\text{Umrechnung in MeV: } 2,81812 \cdot 10^{-12} \text{ J} / 1,60217733 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 17589314,35 \text{ eV} \approx 17,6 \text{ MeV}$$

Die Schwierigkeit beim Fusionsprozess besteht darin, dass die Kerne positiv geladen sind und sich deshalb abstoßen. Man muss gewährleisten, dass sich die Kerne eine gewisse Zeit in unmittelbarer Nähe aufhalten.

4 In Kernkraftwerken entsteht Plutonium-241, das zu einer Kernspaltung verwendet werden kann und dessen Produktion und Weitergabe deshalb streng kontrolliert werden muss.

4.1 Geben Sie den vollständigen Zerfallsprozess mit allen Zwischensubstanzen an und benennen Sie die 3 Isotope, die sich im Lauf der Zeit am meisten unter den Tochtersubstanzen anreichern werden.



Die Isotope mit der längsten Halbwertszeit reichern sich mit der Zeit am meisten an. In diesem Fall sind es nach HWZ geordnet: Np-237 (HWZ: $2,144 \cdot 10^6 \text{ a}$); U-233 (HWZ: $1,59 \cdot 10^5 \text{ a}$); Th-229 (HWZ: 7880 a)

4.2 Berechnen Sie, wie lange es dauert, bis von einer Masse von 80 g Plutonium-241 nur noch weniger als 1 Promille (1‰) vorhanden ist.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{\text{HWZ}} = \frac{\ln 2}{14,35 \text{ a}} \rightarrow 1 = 1000 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \frac{1}{1000} = e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \ln\left(\frac{1}{1000}\right) = -\lambda \cdot t \rightarrow t = \frac{-\ln 1000}{-\lambda} \rightarrow$$

$$t = \frac{\ln 1000 \cdot 14,35 \text{ a}}{\ln 2} \approx 143 \text{ a. Nach 143 Jahren sind also nur noch etwa 1 ‰ des Isotops vorhanden.}$$

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!