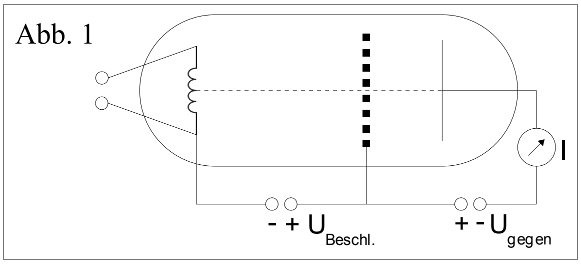
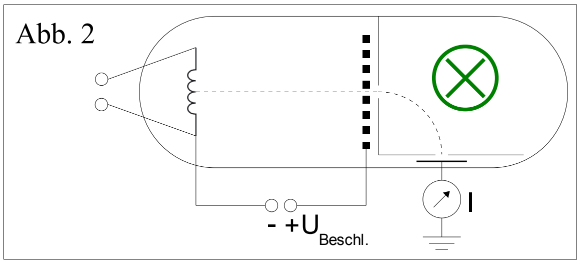
Lösung *Version 2007-12-22*

1





Im Unterricht haben wir den Franck-Hertz-Versuch gemäß Abb. 1 besprochen. Die gestrichelte Linie in der Mitte soll den Weg der Elektronen andeuten.

Nun wird der Versuch gemäß Abb. 2 abgewandelt: Hinter dem Gitter lässt eine Blende nur ein dünnes Elektronenbündel durch.
Im rechten Bereich der Röhre befindet sich ein Magnetfeld konstanter Stärke, das die Elektronen nach unten ablenkt. Wird ein Teil der Elektronen so wie abgebildet abgelenkt, können die Elektronen durch eine zweite Blende auf eine Auffang-Elektrode gelangen, von der sie über ein Strommessgerät zur Erde abfließen.
Die beiden Öffnungen der Blenden sind jeweils $a=10\,cm$ vom Knick der Blenden unten links entfernt.

a) Kennzeichnen Sie in Abb. 2, wie das Magnetfeld im rechten Teil gerichtet sein muss, damit die Elektronen wie abgebildet abgelenkt werden.

Die magnetischen Feldlinien gehen in die Papierebene hinein (siehe Abb. 2).

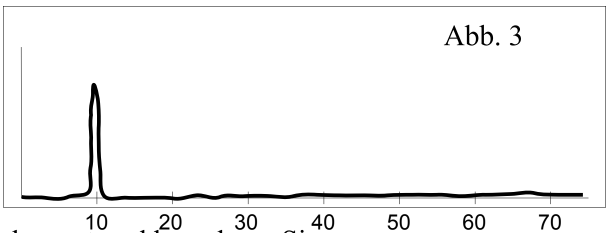
b) Begründen Sie, warum nur Elektronen <u>einer</u> Geschwindigkeit registriert werden.

Im Magnetfeld werden die Elektronen durch die Zentripetalkraft $F_Z=m\cdot\frac{v^2}{r}$ (m: Masse eines Elektrons; v: Geschwindigkeit eines Elektrons; r: Radius der Kreisbahn) auf eine Kreisbahn gezwungen.
Die Zentripetalkraft F_Z ist identisch mit der Lorentzkraft $F_L=e\cdot v\cdot B$ (e: Ladung eines Elektrons; v: Geschwindigkeiteines Elektrons; B: magnetische Flussdichte).

$$F_Z=F_L \;\rightarrow\; m\cdot\frac{v^2}{r}=e\cdot v\cdot B \;\rightarrow\; v=\frac{e\cdot B\cdot r}{m}$$

Da e, B und m konstant sind und r durch die Abmessungen der Blenden vorgegeben ist, ist für v nur ein einziger Wert möglich, nämlich die einzig mögliche Geschwindigkeit der Elektronen, bei der sie registriert werden.

c) Wird der Versuch mit einer Röhre nach Abb. 2 <u>ohne</u> Gasfüllung durchgeführt, ergibt sich nebenstehendes Diagramm (Abb. 3), bei dem waagrecht die Beschleunigungsspannung in V und senkrecht die gemessene Stromstärke abgetragen sind.



α) Erläutern Sie,wie der Kurvenverlauf zustande kommt und berechnen Sie

Für eine kontinuierlich steigende Beschleunigungsspannung wächst die Geschwindigkeit der Elektronen immer weiter an (siehe Formel unter β). Eine Verringerung der Geschwindigkeit ist nicht möglich.
Wie unter b) gezeigt, werden aber nur Elektronen mit einer einzigen Geschwindigkeit registriert. Das sind hier die Elektronen mit der Beschleunigungsspannung 10V.

β) die Geschwindigkeit der Elektronen, die zu dem Peak gehören und

Nur Elektronen, die mit der Spannung U_B=10V beschleunigt werden, werden laut Abb. 3 registriert.

Diese Elektronen haben die Geschwindigkeit

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 10}{9{,}1\cdot 10^{-31}}}\frac{m}{s}=1{,}9\cdot 10^6\frac{m}{s}\quad (TR: 1875537.052)$$

Herleitung: $W_e=W_{Kin}\ \rightarrow\ e\cdot U_B=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2\ \rightarrow\ v^2=\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m}\ \rightarrow\ v=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m}}$

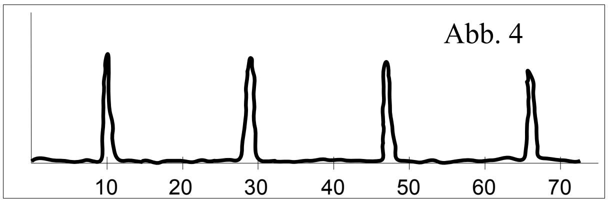
γ) den Wert der magnetischen Flussdichte des Magnetfeldes.

Mit der Formel für v aus Aufgabe b ergibt sich:

$$v=\frac{e\cdot B\cdot r}{m}=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m}}\ \rightarrow\ \frac{e^2\cdot B^2\cdot r^2}{m^2}=\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m}\ \rightarrow\ e\cdot B^2\cdot r^2=2\cdot m\cdot U_B\ \rightarrow$$

$$B=\sqrt{\frac{2\cdot m\cdot U_B}{e\cdot r^2}}=\sqrt{\frac{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 10}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 0{,}01}}T=1{,}1\cdot 10^{-4}T=0{,}11\,mT\quad (TR: 1.066361231\cdot 10^{-4})$$

d) Wird der Versuch mit einer Röhre nach Abb. 2 mit Neon-Gasfüllung durchgeführt, ergibt sich nebenstehendes Diagramm (Abb. 4), bei dem waagrecht die Beschleunigungsspannung in V und senkrecht die gemessene Stromstärke abgetragen sind.



α) Erläutern Sie, wie hier die 3 zusätzlichen Peaks zustande kommen.

Da mehr als nur ein Peak vorhanden ist, muss es Elektronen geben, die Energie an die nun vorhandenen Neon-Atome abgegeben haben und damit ihre Geschwindigkeit dabei so verringert haben, dass sie erst bei höheren Beschleunigungsspannungen die Geschwindigkeit erreichen, bei der sie registriert werden können.

Die Peaks haben jeweils den Abstand 19 V. Die Elektronen verlieren also die Energien 19 eV, 38 eV oder 57 eV bei einer einmaligen, zweimaligen oder dreimaligen Anregung von Neon-Atomen, bevor sie dann bei einer Bewegungsenergie von 10 eV gezählt werden.

β) Geben Sie mit Begründung an, welche Information wir aus diesem Diagramm über Neon-Atome erhalten.

Wie unter d-α erklärt, können die Elektronen Energie in Beträgen von ganzzahligen Vielfachen von 19 eV abgeben. Da dieser Vorgang im Vakuum nicht auftrat, muss er mit dem Neon-Gas zusammenhängen, das sich jetzt in der Röhre befindet.

Wir können also schließen, dass Neon-Atome jeweils eine Energie von 19 eV aufnehmen können.

e) Neben dem Leuchten der Heizwendel wären bei einer Beschleunigungsspannung von 60 V in der Röhre weitere Leuchterscheinungen zu sehen. Geben Sie die Ursachen dafür an und beschreiben Sie, wo die Leuchtbereiche sind und wie viele es sind.

Durch die aufgenommene Energie von 19 eV (siehe d-β) werden die Neon-Atome zum Leuchten angeregt.

Bei einer Beschleunigungsspannung von 60 V können die Elektronen 3-mal (3 · 19 = 57) eine Energie von 19 eV abgeben. Es müsste also 3 leuchtende Bereiche geben. Die leuchtenden Bereiche befinden sich zwischen der Glühwendel und dem Gitter.

Anmerkung: Die Anzahl der Peaks sagt nichts aus über die Anzahl der leuchtenden Bereiche! Die Peaks zeigen nur an, wie oft die Elektronen vor und zwischen den Anregungen die Energie 10 eV erreicht haben.
Bei einer Beschleunigungsspannung von 55 V wären nur 2 leuchtende Bereiche (19 eV und 38 eV), aber 3 Peaks (10 eV, (10+19) eV = 29 eV und (10+38) eV = 48 eV) zu sehen.

2 Aus weißem Sonnenlicht wird ein schmales Lichtbündel ausgeblendet und auf ein Gitter mit der Gitterkonstante $g = 10^{-3}\,mm$ gelenkt. Aus dem Licht des 1. Nebenmaximums wird wiederum durch eine Blende jeweils ein schmales (fast einfarbiges) Lichtbündel ausgewählt, das dann auf eine Fotozelle fällt. In Abhängigkeit vom Winkel α, unter dem das Licht beim Gitter abgelenkt wird, wird die Spannung U in der Fotozelle gemessen, die zwischen bestrahlter Fläche und Ring entsteht.

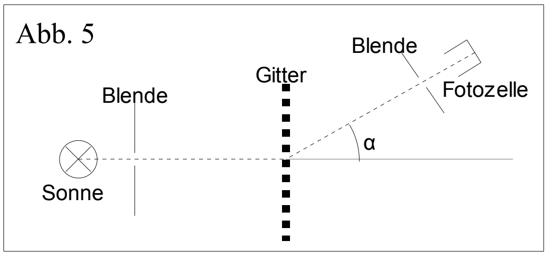


Abb. 5

Die Abb. 5 zeigt den prinzipiellen Versuchsaufbau, die Abb. 6 enthält die Messwerte und das zugehörige Diagramm.

α / °	U / V
18,0	2,50
20,7	1,87
23,9	1,35
26,4	1,05
32,1	0,55
34,3	0,40
36,4	0,25
37,9	0,14
39,1	0,05

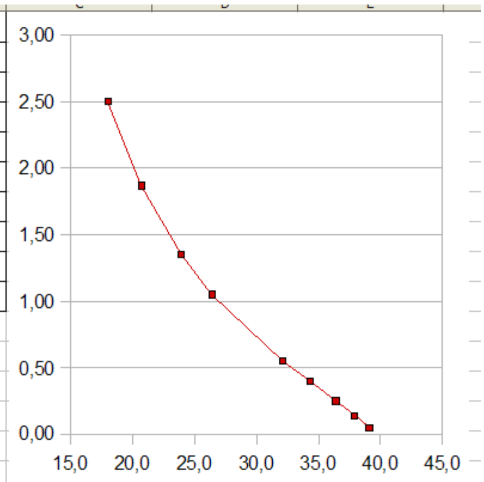


Abb. 6

Das Cäsium-Material der Fotozelle hat die Austrittsarbeit $W_A = 1{,}9\,eV$.

a) Begründen Sie qualitativ (also ohne Formel und Rechnung) den Zusammenhang zwischen Ablenkwinkel α und Spannung U, wie er aus den Messwerten deutlich wird.

In der Fotozelle erreichen die austretenden Elektronen so lange den Ring, bis sich dadurch so viele Ladungen angesammelt haben, dass wegen der Abstoßung keine weiteren Elektronen mehr auf den Ring gelangen können. Die Spannung, die dann zwischen Ring und Cäsium-Material besteht, ist so groß wie die Spannung, die Elektronen auf die Geschwindigkeit beschleunigen würden, die sie beim Austritt aus dem Cäsium-Material besitzen.

Beim Gitter wird das rote Licht (größere Wellenlänge) mehr abgelenkt als das blaue Licht (kleinere Wellenlänge). Das blaue Licht ist aber energiereicher als das rote Licht. Die Energie des Lichtes ist ein Maß für die Bewegungsenergie der Elektronen und damit für die gemessene Spannung.

Also: je größer der Winkel, desto „roter“ das Licht, desto geringer die Energie, desto geringer die Geschwindigkeit der Elektronen, desto geringer die Spannung.

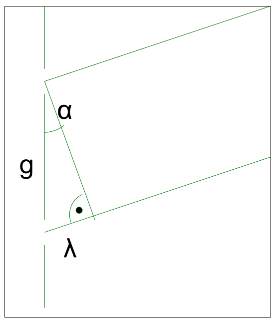
Zusammengefasst: Je größer der Winkel α, desto kleiner die Spannung U.

b) Erläutern Sie an Hand der Formel $W_e = h \cdot f - W_A$, welchen Einfluss die Werte von h, f und W_A auf die Energie der frei gesetzten Elektronen beim Fotoeffekt haben.

Das Produkt von h (Plancksches Wirkungsquantum) und f (Frequenz des Photons) gibt die Energie des Photons an. Wenn das Photon ein Elektron aus dem Cäsium-Material der Fotozelle herauslöst, wird ein Teil der Energie für das Herauslösen benötigt (Auslösearbeit W_A). Für das Elektron bleibt dann also nur noch die Differenz von Photonenenergie und Auslösearbeit als Bewegungsenergie W_e übrig.

c) Leiten Sie die Formel $h = \frac{(e \cdot U + W_A) \cdot g \cdot \sin\alpha}{c}$ her, mit der man in diesem Versuch den Wert von h berechnen kann.

Würde ein Elektron durch die Spannung U beschleunigt werden, hätte es die Bewegungsenergie $W_{Kin} = e \cdot U$. Ein Elektron mit dieser Energie, das gegen die Spannung anläuft, würde zur Ruhe kommen. Also wird die Spannung so groß werden, dass $W_{Kin} = W_e$.



Bei der Beugung wird das 1. Nebenmaximum unter der Bedingung erzeugt, dass der Gangunterschied benachbarter Strahlen λ beträgt. Es gilt $\sin\alpha = \frac{\lambda}{g}$ *oder* $\lambda = g \cdot \sin\alpha$.

$$W_{Kin}=W_e \rightarrow e\cdot U=h\cdot f-W_A \rightarrow h\cdot f=e\cdot U+W_A \rightarrow h\cdot\frac{c}{\lambda}=e\cdot U+W_A \rightarrow h=\frac{(e\cdot U+W_A)\cdot\lambda}{c} \rightarrow$$

$$h=\frac{(e\cdot U+W_A)\cdot g\cdot\sin\alpha}{c}\quad q.e.d.$$

d) Berechnen Sie mit Hilfe der Angaben in Abb. 6 den Wert von h.

Eine einfache Lösung wäre, den Winkel zu bestimmen, bei dem $U=0\,V$ ist. Aus dem Diagramm liest man dazu den Wert $\alpha=40°$ ab.

Daraus folgt: $h=\frac{(0+1{,}9)\cdot 10^{-6}\cdot\sin(40°)}{3\cdot 10^{8}}\,eV\,s=4{,}0\cdot 10^{-15}\,eV\,s=6{,}5\cdot 10^{-34}\,Vs$

Man kann aber auch alle Messwerte berücksichtigen (siehe Tabelle).

	A	B	C
1	α / °	U / V	h/Vs
2	18,0	2,50	7,27E-034
3	20,7	1,87	7,12E-034
4	23,9	1,35	7,04E-034
5	26,4	1,05	7,01E-034
6	32,1	0,55	6,96E-034
7	34,3	0,40	6,93E-034
8	36,4	0,25	6,82E-034
9	37,9	0,14	6,70E-034
10	39,1	0,05	6,57E-034
11			
12		Mittelwert	6,93E-034

Anmerkung zur Tabelle: Der Trend in den h-Werten scheint auf einen systematischen Messfehler hinzuweisen. Die Werte sind mit leichten Abwandlungen und Ergänzungen aus dem Schulbuch übernommen .

---

3 In Unterrichts-Versuchen darf man bei offenen Versuchsaufbauten nur mit Spannungen bis 5 kV arbeiten, weil sonst die Gefahr besteht, dass schädigende Röntgenstrahlung entsteht.

a) Berechnen Sie den Grenzwinkel α (Netzebenenabstand des Kristalls a = 201 pm) für den Fall, dass wir unsere Schulröntgenanlage mit der Beschleunigungsspannung 5 kV betreiben würden.

Die durch die Spannung U beschleunigten Elektronen besitzen beim Aufprall auf die Röntgen-Anode die Energie $W_e=e\cdot U$ *. Die Röntgenphotonen haben die Energie* $W_{Ph}=h\cdot f$ *. Die Maximalenergie der Photonen, bei der die gesamte Energie eines Elektrons in ein Röntgenphoton umgewandelt wird, beträgt* $W_{Ph_{Max}}=h\cdot f_{grenz}$ *. Es gilt dann* $e\cdot U=h\cdot f_{grenz}$ *. Wegen* $c=f\cdot\lambda$ *gilt* $e\cdot U=h\cdot\frac{c}{\lambda}$ *und mit der Formel*

$$2\cdot a\cdot\sin\alpha=\lambda\ \textit{folgt}\ e\cdot U=h\cdot\frac{c}{2\cdot a\cdot\sin\alpha}\ \rightarrow\ \sin\alpha=\frac{h\cdot c}{2\cdot a\cdot e\cdot U}=\frac{6{,}6\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{2\cdot 201\cdot 10^{-12}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 5000}=0{,}6168$$

Daraus folgt: $\alpha=38°\ \ (TR: 38.08552436)$

b) Obwohl in dem Diagramm (Abb. 7) nur die Röntgenspektren von 17 kV bis 25 kV angedeutet sind, kann man eine Aussage darüber machen, warum Röntgenstrahlung, die von Spannungen unter 5 kV herrührt, für den Schulbetrieb als zumutbar angesehen wird.
Begründen Sie diese Entscheidung des Gesetzgebers.
Die Spektren im Diagramm sind unter gleichen Bedingungen aufgenommen worden, nur die Spannung wurde variiert.

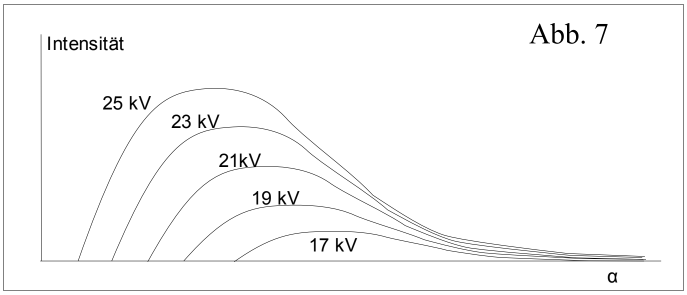


Abb. 7

Je geringer die Spannung, desto geringer ist auch die maximale Intensität. Für U = 5 kV würde man die Intensitätskurve nicht mehr erkennen können. Es sind hier zwar nur die Messdaten für das 1. Nebenmaximum abgetragen, aber das Hauptmaximum nimmt für kleinere Spannungen auch entsprechend ab.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben und schöne erholsame Ferien!

4 a) Erläutern Sie, was man unter dem Compton-Effekt versteht und wie er sich möglicher Weise im alltäglichen Leben auswirken könnte.

Tritt ein Photon mit einem Elektron in Wechselwirkung, so gibt es zwei Möglichkeiten:
Entweder verschwindet das Photon und die gesamte Photonenenergie geht auf das Elektron über (Fotoeffekt) oder das Elektron wird beschleunigt und ein Photon mit der Restenergie existiert weiter.
Im zweiten Fall spricht man vom Comptoneffekt.

Da das aus dem Prozess hervorgehende Photon $h \cdot f_2$ eine geringere Energie hat als das auslösende Photon $h \cdot f_1$, ist die Wellenlänge von $h \cdot f_2$ größer als die von $h \cdot f_1$ und die „Farbe“ ist zum „roten Bereich“ hin verschoben. Man könnte also erwarten, dass das Licht, das von Gegenständen reflektiert wird, einen „Rotstich“ aufweisen würde. Siehe aber den folgenden Aufgabenteil b.

b) Begründen Sie mit Hilfe der Formel $\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 \cdot c} \cdot (1 - \cos\beta)$, warum es bei sichtbarem Licht keine Auswirkung des Comptoneffektes gibt.

Beim Rückstreuwinkel $\beta = 180°$ gibt es die größte Wellenlängenänderung $\Delta\lambda$:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 \cdot c} \cdot (1 - \cos 180°) = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^{8}} \cdot (1 - (-1))\, m = 4{,}85 \cdot 10^{-12} m = 4{,}85 \cdot 10^{-3}\, nm \quad (TR: 4.8526212 \cdot 10^{-12})$$

Da sichtbares Licht Wellenlängen im Bereich von etwa 400 nm bis 800 nm besitzt, machen sich diese kleinen Wellenlängenänderungen nicht bemerkbar.

---

5 a) Im Unterricht haben wir 3 Formen der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation kennen gelernt:

1. $\boxed{\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}}$ 2. $\boxed{\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}}$ 3. $\boxed{\Delta t \cdot \Delta f \geq \frac{1}{4\pi}}$

Leiten Sie die Formel 3. aus der Formel 1. und/oder aus der Formel 2. her.

Mit $E=h \cdot f$ gilt $\Delta E \cdot \Delta t = \Delta(h \cdot f) \cdot \Delta t = h \cdot \Delta f \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi} \rightarrow \Delta f \cdot \Delta t \geq \frac{1}{4\pi}$

b) Im Internet findet man einen 5 s langen Film, der ein langes und damit langsam schwingendes Pendel zeigt. Es handelt sich um ein Pendel, das auch mathematisches Pendel, Fadenpendel, oder Foucaultsches Pendel genannt wird.
In den Film eingeblendet sind die Angaben, das Pendel habe die Länge 20 m und benötige für eine Schwingung 10 s.

α) Zeigen Sie, dass die Angabe über Länge und Schwingungsdauer nicht stimmen kann.

Mit der Formel $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ *folgt für l=20m:* $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{20}{10}}\, s = 8{,}89\, s$ *statt wie behauptet 10s.*

β) Auf Grund bestimmter Annahmen geht man davon aus, dass die Schwingungsdauer nur 9 s beträgt. Finden Sie durch Rechnung heraus, ob die Länge des Films ausreicht, um diese Vermutung bestätigen zu können.

Zur Klärung der Frage wird die Ungleichung aus Teil α benutzt. Δt sei die Länge des Films: Δt = 5s.

Δf muss aus den Schwingungsdauern berechnet werden: $f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{10} Hz$; $f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{9} Hz$

$$\Delta f = f_2 - f_1 = \frac{1}{9} Hz - \frac{1}{10} Hz = \frac{10-9}{90} Hz = \frac{1}{90} Hz \qquad \Delta f \cdot \Delta t = \frac{1}{90\, s} \cdot 5\, s = \frac{5}{90} = \frac{1}{18} \approx 0{,}06$$

Das ist nicht größer als $\frac{1}{4\pi} \approx 0{,}08$ *. Der Film reicht also nicht aus, um die Vermutung zu bestätigen.*

Er müsste mindestens 7,2s lang sein: $\Delta t \geq \frac{1}{\Delta f \cdot 4 \cdot \pi} = \frac{90}{4 \cdot \pi} s \approx 7{,}16\, s$