Lösung *Version 2008-09-11*

1 Ein hilfreicher Mensch will ein stehen gebliebenes Auto mit der konstanten Kraft $F=200\,N$ von einer Kreuzung schieben. Das Auto hat die Masse $m=1000\,kg$.
Berechnen Sie, wie lange der Helfer gebraucht, bis er das Auto $20\,m$ weit geschoben hat.
Auf der Roll-Strecke ist weder Steigung noch Gefälle. Reibungseffekte sollen vernachlässigt werden.

Wegen der konstanten Kraft liegt eine beschleunigte Bewegung mit a=const. vor.
Da sich die Masse nicht ändert, kann man die Newtonsche Bewegungsgleichung F=m·a und die Bewegungsgleichungen für die beschleunigte Bewegung benutzen: $s=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 ; v=a\cdot t$.

Gegeben sind F, m und s. Gesucht ist t.

$s=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 \rightarrow a=\frac{2\cdot s}{t^2}$ *Einsetzen in* $F=m\cdot a \rightarrow F=m\cdot\frac{2\cdot s}{t^2} \rightarrow t^2=\frac{2\cdot m\cdot s}{F} \rightarrow t=\sqrt{\frac{2\cdot m\cdot s}{F}}$

$t=\sqrt{\frac{2\cdot 1000\cdot 20}{200}}\,s=\sqrt{200}\,s\approx 14{,}1\,s$ *Der Helfer braucht also etwa 14 s für die Räumung der Kreuzung.*

---

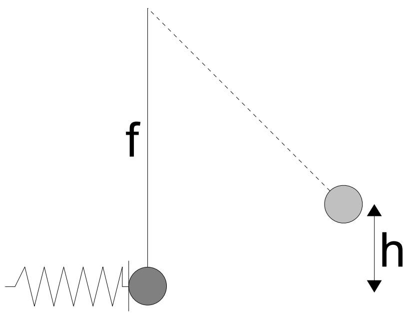
2 Ein Flummi der Masse $m=100\,g$ prallt mit der Geschwindigkeit $v=10\frac{m}{s}$ auf eine Wand und wird elastisch zurück gestoßen. Die gesamte Kontaktzeit mit der Wand beträgt $\frac{1}{10}s$.
Berechnen Sie die Kraft, die bei diesem Stoß auf die Wand wirkt.

Da der Flummi mit $v_1=10\frac{m}{s}$ *auf die Wand trifft und mit* $v_2=-10\frac{m}{s}$ *von der Wand zurückprallt, ist die Änderung der Geschwindigkeit* $\Delta v=20\frac{m}{s}$ *. Damit gilt mit* $\Delta p=m\cdot\Delta v$ *und* $F=\frac{\Delta p}{\Delta t}$ *:*

$F=\frac{m\cdot\Delta v}{\Delta t}=\frac{0{,}1\cdot 20}{0{,}1}\,N=20\,N$ *Auf die Wand wirkt also die Kraft 20 N.*

---

3 Eine Schraubenfeder mit $D=2\frac{N}{cm}$ wird um $5\,cm$ eingedrückt durch eine an einem Faden der Länge $f=2\,m$ senkrecht hängende Kugel mit der Masse $m=50\,g$.
Wird die Feder entsperrt, schießt sie die Kugel los, die dadurch erst in der Höhe h zum Stillstand kommt (siehe Zeichnung).



a) Berechnen Sie die Höhe h.

Die Energie $E_{Sp}=\frac{1}{2}\cdot D\cdot s^2$ *der Schraubenfeder wandelt sich zunächst in die Bewegungsenergie* $E_{Kin}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$ *und dann in die Lageenergie* $E_{Pot}=m\cdot g\cdot h$ *um.*

Daraus folgt: $\frac{1}{2}\cdot D\cdot s^2=m\cdot g\cdot h \rightarrow h=\frac{D\cdot s^2}{2\cdot m\cdot g}=\frac{2\cdot 5^2}{2\cdot 0{,}05\cdot 10}\,cm=50\,cm=h$

b) Die Zeichnung zeigt die dunkle Kugel zu dem Zeitpunkt, als sie die Feder verlässt. Sie hängt in dem Moment genau senkrecht und hat keinen Kontakt mehr zur Feder.
Berechnen Sie die Gesamtkraft auf die Kugel, die sich zusammensetzt aus der Gewichtskraft und der Kraft auf Grund der Kreisbewegung.

Die Berechnung der Geschwindigkeit erfolgt mit Hilfe von Spannenergie und kinetischer Energie:

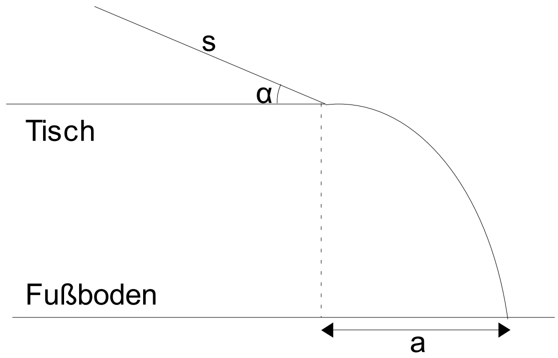
$$E_{Sp}=E_{Kin} \rightarrow \frac{1}{2}\cdot D\cdot s^2=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \rightarrow v^2=\frac{D\cdot s^2}{m} \rightarrow v=s\cdot\sqrt{\frac{D}{m}}=0{,}05\cdot\sqrt{\frac{200}{0{,}05}\frac{m}{s}}=\sqrt{10}\frac{m}{s}\approx 3{,}2\frac{m}{s}$$

Die Gesamtkraft auf die Kugel setzt sich zusammen aus der Gewichtskraft $F_G=m\cdot g$ *und der Zentrifugalkraft* $F_Z=\frac{m\cdot v^2}{r}$: $F_{ges}=F_G+F_Z=m\cdot g+\frac{m\cdot v^2}{f}=\left(0{,}05\cdot 10+\frac{0{,}05\cdot 10}{2}\right)N=0{,}75\,N$

Der Faden wird also mit der Kraft 0,75 N gespannt.

---

4 Galileo Galilei hat viele Versuche an einer schiefen Ebene durchgeführt, u.a. folgenden Versuch:
Auf einer schiefen Ebene der Länge s, die im Winkel α=30° zum Erdboden und zur Tischplatte steht, rollt eine Kugel herunter und fällt dann am Ende der schiefen Ebene (zu Beginn waagrecht) im freien Fall auf einen 1 m tiefer gelegenen Boden.
Zu Beginn des freien Falls hat die Kugel die Geschwindigkeit $v=3\frac{m}{s}$.



a) Berechnen Sie die Länge der schiefen Ebene.

Die Höhe h des Startpunktes ergibt sich mit Hilfe der gegebenen Geschwindigkeit v aus dem Energieerhaltungssatz $E_{Pot}=E_{Kin} \rightarrow m\cdot g\cdot h=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \rightarrow h=\frac{m\cdot v^2}{2\cdot m\cdot g}=\frac{v^2}{2\cdot g}=\frac{3^2}{2\cdot 10}m=\frac{9}{20}m=0{,}45\,m$

Es gilt $\sin\alpha=\frac{h}{s} \rightarrow s=\frac{h}{\sin\alpha}=\frac{0{,}45}{0{,}5}m=0{,}9\,m$ *Die schiefe Ebene hat also die Länge 0,9 m.*

b) Berechnen Sie die Entfernung a, in der die Kugel auf dem Boden auftrifft.

Der Nullpunkt des Koordinatensystems wird an die Tischkante gelegt. Damit gilt für den waagrechten Wurf:

$$\left\{\begin{matrix} x=v\cdot t \\ y=\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 \end{matrix}\right\} \rightarrow t=\frac{x}{v} \rightarrow y=\frac{1}{2}\cdot g\cdot\frac{x^2}{v^2} \rightarrow x=\sqrt{\frac{2\cdot y\cdot v^2}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1\cdot 3^2}{10}}m=\sqrt{1{,}8}\,m\approx 1{,}34\,m$$

Die Kugel wird also etwa 1,34 m vom Tisch entfernt auf dem Boden auftreffen.

---

5 Zwei Kugeln mit den Massen $m_1=2\,kg$ und $m_2=6\,kg$ rollen mit den Geschwindigkeiten $v_1=10\frac{m}{s}$ und $v_2=2\frac{m}{s}$ hintereinander her. Kugel 1 holt Kugel 2 ein und es kommt zum elastischen Stoß.
Berechnen Sie die Geschwindigkeiten der Kugeln nach dem Stoß.

Die Lösung erfolgt durch Anwendung des Energie- und des Impulserhaltungssatzes:

$$\left\{\begin{matrix} \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot v_1^2+\frac{1}{2}\cdot m_2\cdot v_2^2=\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot v_1'^2+\frac{1}{2}\cdot m_2\cdot v_2'^2 \\ m_1\cdot v_1+m_2\cdot v_2=m_1\cdot v_1'+m_2\cdot v_2' \end{matrix}\right\} \rightarrow \left\{\begin{matrix} 2\cdot 10^2+6\cdot 2^2=2\cdot v_1'^2+6\cdot v_2'^2 \\ 2\cdot 10+6\cdot 2=2\cdot v_1'+6\cdot v_2' \end{matrix}\right\} \rightarrow \left\{\begin{matrix} 112=v_1'^2+3v_2'^2 \\ 16=v_1'+3v_2' \end{matrix}\right\}$$

$$\rightarrow v_1'=16-3v_2' \rightarrow 112=(16-3v_2')^2+3v_2'^2 \rightarrow 112=256-96v_2'+9v_2'^2+3v_2'^2 \rightarrow$$

$$12v_2'^2-96v_2'+144=0 \rightarrow v_2'^2-8v_2'+12=0 \rightarrow v_2'=4\pm\sqrt{16-12}=4\pm 2 \rightarrow v_2'=6 \text{ oder } v_2'=2$$

Die 2. Lösung beschreibt den Fall, dass die Kugeln aneinander vorbei rollen. Gesucht ist also $v_2'=6$.

Daraus ergibt sich $v_1'=16-3\cdot 6=-2$. *Kugel 1 prallt also nach dem Stoß zurück.*

Die Kugeln bewegen sich nach dem Stoß mit den Geschwindigkeiten $v_1'=-2\frac{m}{s}$ *und* $v_2'=6\frac{m}{s}$.

VIEL ERFOLG BEIM BEARBEITEN DER AUFGABEN !