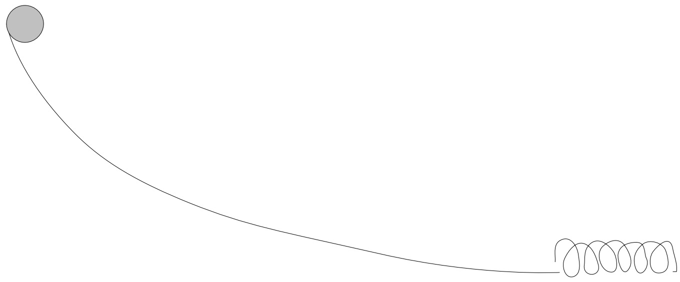
2007-06-15 Klausur 3 Klasse 11a Physik

Lösung *Version 2007-06-15*

1 Eine Kugel rollt aus der Ruhe heraus eine Bahn wie rechts abgebildet herunter und stößt dann an eine Schraubenfeder, wodurch diese zusammengedrückt wird (auf der rechten Seite ist die Schraubenfeder fest verankert). Die Kugel legt den Höhenunterschied $h=50\,cm$ zurück, die Masse der Kugel beträgt $m=200\,g$. Die Federkonstante der Feder hat den Wert $D=2\frac{N}{cm}$. Berechnen Sie, wie weit die Feder durch die Kugel eingedrückt wird.



Zu Beginn besitzt die Kugel nur potentielle Energie, die dann zunächst in Bewegungsenergie umgeformt wird. Die Bewegungsenergie wird durch das Eindrücken der Feder ganz in Spannenergie umgeformt.

$$W_{Pot}=W_{Sp} \;\Rightarrow\; m\cdot g\cdot h=\frac{1}{2}\cdot D\cdot s^2 \;\Rightarrow\; s^2=\frac{2\cdot m\cdot g\cdot h}{D} \;\Rightarrow\; s=\sqrt{\frac{2\cdot m\cdot g\cdot h}{D}}=\sqrt{\frac{2\cdot 200\,g\cdot 10\frac{N}{kg}\cdot 50\,cm}{2\frac{N}{cm}}}=$$

$$\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}2\,kg\cdot 10\frac{N}{kg}\cdot 0{,}5\,m}{200\frac{N}{m}}}=\sqrt{\frac{1}{100}m^2}=\frac{1}{10}m=10\,cm$$ *Die Feder wird also um 10 cm eingedrückt.*

---

2 Die Kappe eines Kugelschreibers wird mit Hilfe der Schraubenfeder des Kugelschreibers senkrecht nach oben geschossen. Die Kappe hat die Masse $m=1\,g$. Beim Verlassen der Feder besitzt die Kappe die Geschwindigkeit $v=4\frac{m}{s}$. Zum Abschuss der Kappe wurde die Schraubenfeder um $s=2\,cm$ zusammengedrückt.

a) Berechnen Sie den maximalen Höhenunterschied der Kappe während des Fluges.

Beim Verlassen der Feder hat die Kappe nur kinetische Energie. Diese wird vollständig in potentielle Energie umgewandelt: $W_{Kin}=W_{Pot} \;\Rightarrow\; \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2=m\cdot g\cdot h \;\Rightarrow\; h=\frac{1}{2}\cdot\frac{v^2}{g}=\frac{1}{2}\cdot\frac{16\frac{m^2}{s^2}}{10\frac{N}{kg}}=0{,}8\,m$

Die Kappe wird also von der Feder aus um 80 cm nach oben fliegen.

b) Berechnen Sie die Federhärte der Schraubenfeder.

Die zu Beginn vorhandene Spannenergie wird ganz in kinetische Energie umgewandelt:

$$W_{Sp}=W_{Kin} \;\Rightarrow\; \frac{1}{2}\cdot D\cdot s^2=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \;\Rightarrow\; D=\frac{m\cdot v^2}{s^2}=\frac{1\,g\cdot 16\frac{m^2}{s^2}}{4\,cm^2}=\frac{10^{-3}kg\cdot 16\frac{m^2}{s^2}}{4\cdot 10^{-4}m^2}=40\frac{N}{m}$$

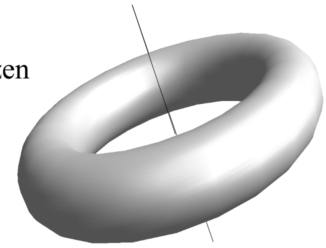
Genau genommen müsste die potentielle Energie, die die Kappe während der Beschleunigung durch die Feder gewinnt, mit in die Rechnung einfließen: Die anfangs vorhandene Spannenergie wird in potentielle Energie mit h=s und kinetische Energie umgewandelt: $W_{Sp}=W_{Pot}+W_{Kin} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot D\cdot s^2=m\cdot g\cdot h+\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$

$$\frac{1}{2}\cdot D\cdot s^2=m\cdot g\cdot s+\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \Rightarrow D=\frac{2\cdot m\cdot g\cdot s+m\cdot v^2}{s^2}=\frac{2\cdot 10^{-3}\cdot 10\cdot 2\cdot 10^{-2}+10^{-3}\cdot 16}{4\cdot 10^{-4}}\frac{N}{m}=41\frac{N}{m}$$

Die Abweichung zum oben angegebenen Wert ist aber sehr gering (ca. 2,5%).

---

3 Die Firma „Höher-Reisen" will das Geschäft mit Weltraumtouristen anheizen und deshalb eine Weltraumstation bauen, die angenehme Lebensbedingungen bietet. Die Station soll die Form eines Ringes (auch Torus genannt) mit dem äußeren Durchmesser 400m haben, der sich um die eingezeichnete Achse drehen soll. Die Drehung soll so schnell sein, dass man außen am Torus das Gefühl hat, auf der Erde zu stehen.



a) Berechnen Sie, wie viel Sekunden eine vollständige Umdrehung des Torus dauern muss, damit diese Bedingung (Gefühl wie bei der Anziehungskraft durch die Erde) für einen Menschen der Masse 80kg erfüllt ist.

Die Zentripetalbeschleunigung muss gleich der Erdbeschleunigung (bzw. Ortsfaktor) g sein.

Die Zeit T für einen Umlauf ergibt sich aus $\omega=\frac{2\cdot\pi}{T}$ *und ω ergibt sich aus* $v=\omega\cdot r$.

$$g=a_z=\frac{v^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{g\cdot r}=\omega\cdot r=\frac{2\cdot\pi}{T}\cdot r \Rightarrow T=\frac{2\cdot\pi\cdot r}{\sqrt{g\cdot r}}=\frac{2\cdot\pi\cdot\sqrt{r}}{\sqrt{g}}=\frac{2\cdot\pi\cdot\sqrt{200}}{\sqrt{10}}s\approx 28\,s$$

Bei einer Umdrehungsdauer von 28 s würde man im Außenbereich der Raumstation das Gefühl haben, so stark auf den Boden gedrückt zu werden wie auf der Erdoberfläche.

b) Um welchen Betrag müsste die Umdrehungsdauer geändert werden, damit die Bedingung auch für einen Menschen der Masse 60kg gilt?

Da die Masse des Menschen nicht in die Berechnung eingeht, würden alle Personen unabhängig von ihrer Masse dieselbe Beschleunigung zum Boden hin spüren. Die Umdrehungsdauer muss also nicht geändert werden.

---

4 Ein Wagen der Masse $m=1000\,kg$ beschleunigt gleichmäßig in $4\,s$ von $0\frac{km}{h}$ auf $54\frac{km}{h}$.

Berechnen Sie die Kraft, die im Mittel bei der Beschleunigung wirkt.

Die Kraft ergibt sich aus der Änderung von $54\frac{km}{h}$ *der Geschwindigkeit bzw. des Impulses während des Zeitraums 4 s:* $F=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{m\cdot\Delta v}{\Delta t}=\frac{1000\,kg\cdot 54\frac{km}{h}}{4\,s}=\frac{1000\,kg\cdot 15\frac{m}{s}}{4\,s}=3750\frac{kg\cdot m}{s^2}=3750\,N$

Wäre die Kraft während der Beschleunigung konstant, so würde sie 3750 N betragen.

---

5 Ein Radfahrer beschleunigt $10\,s$ lang mit der konstanten Kraft $100\,N$.
Seine Masse und die Masse seines Fahrrades betragen zusammen $100\,kg$.
Berechnen Sie, welche Strecke der Radfahrer während der Beschleunigung zurücklegt.

Aus der Newtonschen Bewegungsgleichung $F=m\cdot a$ und der Gleichung $s=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2$ für die beschleunigte Bewegung ergibt sich die Strecke s: $s=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{F}{m}\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{100\,N}{100\,kg}\cdot 100\,s^2=50\,m$.

Der Radfahrer legt also während der Beschleunigung dir Strecke 50 m zurück.

---

6 Ein Eisenbahnwagen einer Modellbahn fährt von hinten mit $v=20\frac{cm}{s}$ ungebremst auf 2 weitere Waggons desselben Typs auf, die mit $v=5\frac{cm}{s}$ auf den Schienen unterwegs sind. Alle Wagen haben dieselbe Masse. Der auftreffende Wagen wird automatisch angekoppelt und die 3 Wagen fahren gemeinsam weiter.
Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit sie nach dem Zusammenstoß unterwegs sind.

Die Lösung ergibt sich mit Hilfe der Formel für den Impulserhaltungssatz bei nicht-elastischem Stoß:

$$m_1\cdot v_1+m_2\cdot v_2=(m_1+m_2)\cdot v' \Rightarrow v'=\frac{m_1\cdot v_1+m_2\cdot v_2}{m_1+m_2}$$

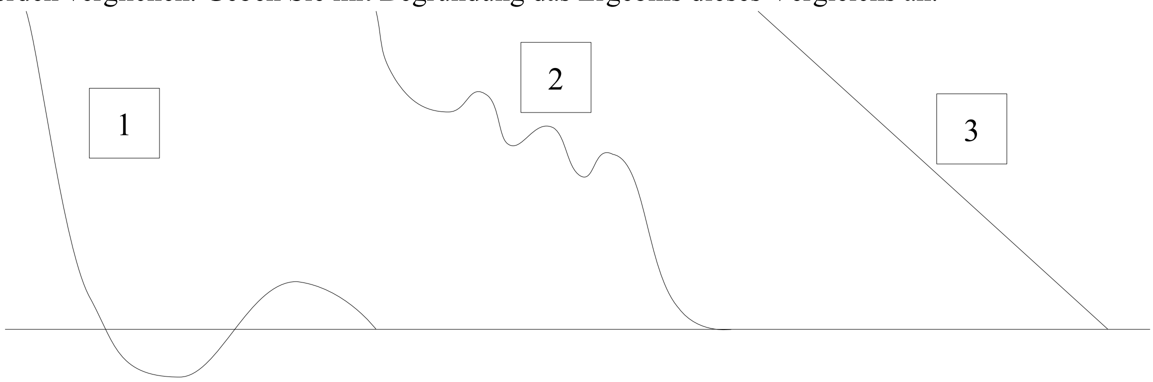
Alle Wagen haben dieselbe Masse: $m_1=m$ *und* $m_2=2\,m$

$$v'=\frac{m\cdot v_1+2\,m\cdot v_2}{3\,m}=\frac{v_1+2\cdot v_2}{3}=\frac{20+2\cdot 5}{3}\frac{cm}{s}=\frac{30}{3}\frac{cm}{s}=10\frac{cm}{s}$$

Die Wagen fahren also mit eine Geschwindigkeit von $10\frac{cm}{s}$ *weiter.*

---

7 Auf den 3 unten gezeichneten Kugelbahnen starten die Kugeln alle aus der gleichen Höhe. Reibungseffekte werden ausgeschlossen. Die Geschwindigkeiten der Kugeln am Ende der Bahnen werden verglichen. Geben Sie mit Begründung das Ergebnis dieses Vergleichs an.



Da keine Reibungseffekte berücksichtigt werden sollen, werden alle Kugeln die gleiche Geschwindigkeit erreichen, denn da alle Kugeln zu Beginn die gleiche potentielle Energie besitzen (gleiche Höhe), besitzen sie unten auch die gleiche kinetische Energie (gleiche Geschwindigkeit). Unterschiedliche Massen der Kugeln spielen dabei keine Rolle wegen $W_{Pot}=W_{Kin} \Rightarrow m\cdot g\cdot h=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \Rightarrow g\cdot h=\frac{1}{2}\cdot v^2$ *m fällt aus der Rechnung heraus.*

Formeln und Werte

$g = 10\frac{N}{kg}$ $s = v \cdot t$ $a = \frac{v^2}{r}$ $W = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$ $v = a \cdot t$ $W = m \cdot g \cdot h$ $F = m \cdot a$ $f = \frac{1}{T}$

$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ $v = \omega \cdot r$ $F = D \cdot s$ $p = m \cdot v$ $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$ $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v'$