Lösung *Version 2007-01-05*

1 Ein Kondensator wird geladen.

a) Warum ändert sich die Feldstärke nicht, wenn die Platten des Kondensators zusammen geschoben werden? (Natürlich findet keine Berührung der Platten statt!)

Anschaulich: Das Feld in einem Platten-Kondensator ist homogen, d. h. die Feldlinien laufen parallel. Ändert sich der Plattenabstand, so bleibt der Abstand zwischen den Feldlinien und damit auch die Feldstärke erhalten.

Rechnerisch: Für die Kapazität eines Kondensators gilt: $C=\frac{Q}{U}$ *und* $C=\epsilon_0\cdot\epsilon_r\cdot\frac{A}{d}$.

Also gilt auch: $\frac{Q}{U}=\epsilon_0\cdot\epsilon_r\cdot\frac{A}{d}$. *Weiter gilt in einem Kondensator* $E=\frac{U}{d} \Rightarrow U=E\cdot d \Rightarrow \frac{Q}{E\cdot d}=\epsilon_0\cdot\epsilon_r\cdot\frac{A}{d}$

Da das d im Nenner in beiden Fällen den Abstand der Kondensatorplatten angibt, fällt es aus der Gleichung heraus: $\frac{Q}{E}=\epsilon_0\cdot\epsilon_r\cdot A \Rightarrow E=\frac{Q}{\epsilon_0\cdot\epsilon_r\cdot A}$. *Auf der rechten Seite der Gleichung stehen nur Größen, die bei Änderung des Plattenabstandes konstant sind, also bleibt auch E bei Änderung des Plattenabstandes konstant.*

b) Wie ändert sich die Spannung des Kondensators, wenn der Abstand der Platten

α) halbiert wird,

Wegen $U=E\cdot d$ *sinkt bei Halbierung von d auch der Wert der Spannung U auf die Hälfte (E bleibt konstant, wie unter a) gezeigt wurde).*

β) nur noch $\frac{1}{10}$ des ursprünglichen Abstands beträgt?

Mit derselben Begründung wie unter α) gilt: Die Spannung sinkt auf $\frac{1}{10}$ *ihres ursprünglichen Wertes.*

Antwort mit Begründung bzw. Rechnung.

---

2 Zeigen Sie, dass Elektronen mit der Ladung e und der Masse m_e, die durch eine Spannung U_B beschleunigt werden, die Geschwindigkeit $v=\sqrt{\frac{2eU_B}{m_e}}$ besitzen.

Werden Elektronen durch die Spannung U_B *beschleunigt, so wird wegen* $U=\frac{W}{Q} \Rightarrow W=Q\cdot U=e\cdot U_B=W_e$ *dem elektrischen Feld die Energie* W_e *entnommen und umgewandelt in die kinetische Energie* $W_{Kin}=\frac{1}{2}\cdot m_e\cdot v^2$. *Also:* $W_e=W_{Kin} \Rightarrow e\cdot U_B=\frac{1}{2}\cdot m_e\cdot v^2 \Rightarrow v^2=\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m_e} \Rightarrow v=\sqrt{\frac{2\cdot e\cdot U_B}{m_e}}$

---

3 Das Erdmagnetfeld hat etwa eine Flussdichte von $B=5\cdot 10^{-5}T$.
Elektronen werden durch eine Batterie-Spannung von 1,5 V beschleunigt und werden danach in ihrem Flug nur durch das Erdmagnetfeld beeinflusst. Sie fliegen ständig senkrecht zu den magnetischen Feldlinien.
Berechnen Sie, wie groß der Radius der Kreisbahn ist, auf der die Elektronen fliegen.

Bewegte Elektronen werden im Magnetfeld durch die Lorentzkraft $F_L = Q \cdot v \cdot B$ *immer senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung abgelenkt. Die Lorentzkraft wirkt dabei als Zentripetalkraft* $F_z = m \cdot \frac{v^2}{r}$ *. Also gilt*

$$F_L = F_Z \;\Rightarrow\; e \cdot v \cdot B = m_e \cdot \frac{v^2}{r} \;\Rightarrow\; r = \frac{m_e \cdot v}{e \cdot B} \;\overset{\text{siehe Aufgabe2}}{\Rightarrow}\; r = \frac{m_e}{e \cdot B} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot m_e \cdot U_B}{e \cdot B^2}} \approx 0{,}083\,m = 8{,}3\,cm\ .$$

Die Kreisbahn hat also einen Radius von etwa 8,3 cm bzw. einen Durchmesser von 16,6 cm.

---

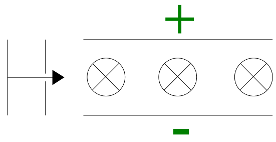
4 Eine Spule besteht aus 1200 Windungen, die auf einem Plastikwürfel mir den Abmessungen 10cm x 10cm x 10cm aufgewickelt sind. Die Drahtwindungen liegen dicht nebeneinander (überschneiden sich also nicht) und füllen 4 Seiten des Würfels ganz aus.
Ein Magnetfeld der Stärke $B = 0{,}2\,T$ durchsetzt die Spule so, dass die Feldlinien senkrecht zu einer mit Drahtwindungen belegten Fläche verlaufen. Durch den Spulendraht fließt ein Strom der Stärke $I = 2{,}5\,A$. Berechnen Sie die Kraft, die auf Grund des Magnetfeldes auf die Spule wirkt.

Die Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld ergibt sich nach der Formel $F = I \cdot l \cdot B$ *.*
Bei der aktuellen Anordnung ist es so, dass die magnetischen Feldlinien parallel zu den Drähten auf zwei Seitenflächen des Würfels verlaufen. Damit wird keine Kraft erzeugt.
Auf den beiden verbleibenen mit Draht bedeckten Seiten verlaufen die Feldlinien zwar senkrecht zum Draht, der Stromfluss hat aber entgegengesetzte Richtung. Damit werden auf den zwei Seiten gleiche aber entgegengesetzte Kräfte erzeugt, die den Würfel in eine Drehbewegung zwingen.

Berechnung der Kraft, die auf einer Würfelseite erzeugt wird: Die Länge der Seitenfläche beträgt 10 cm. Da die Spule 1200 Windungen hat, beträgt die effektive Leiterlänge $1200 \cdot 10\,cm = 12\,000\,cm = 120\,m$ *.*
$F = I \cdot l \cdot B = 2{,}5\,A \cdot 120\,m \cdot 0{,}2\,T = 60\,N$ *.*

Auf den beiden Seiten des Würfels wird jeweils eine Kraft von 60 N erzeugt, allerdings in entgegengesetzter Richtung. Die Gesamtkraft beträgt also 120 N.

Anmerkung: Das entstehende Drehmoment kann mit Hilfe der Integralrechnung bestimmt werden.
Die Berechnung bleibt dem interessierten Leser überlassen ;-)



5 Elektronen werden durch eine Beschleunigungsspannung von $U_B = 1000\,V$ beschleunigt und treten dann parallel zu den Platten in einen Plattenkondensator ein. Der Abstand der Kondensator-Platten beträgt 10 cm.
Der Plattenkondensator wird durchsetzt von einem Magnetfeld der Stärke $B = 0{,}1\,T$, dessen Feldlinien senkrecht zur Elektronenbahn und senkrecht zu den Platten verlaufen (siehe Zeichnung).

a) Geben Sie in der Zeichnung an, welche der Platten positiv und welche negativ geladen sein muss, damit die durch das Magnetfeld bewirkte Ablenkung der Elektronen abgeschwächt wird.

Durch das Magnetfeld werden die Elektronen nach unten abgelenkt (3-Finger-Regel der linken Hand).
Um der Lorentzkraft entgegen zu wirken, muss die obere Platte positiv geladen sein, damit die Elektronen nach oben gezogen werden.

b) Durch geeignete Wahl der Kondensator-Spannung U_C kann man es erreichen, dass die Elektronen den Kondensator geradlinig durchfliegen. Berechnen Sie diese Spannung.

Die Lorentzkraft und die elektrische Kraft müssen vom Betrag her gleich aber entgegengesetzt gerichtet sein: $F_L = F_E \;\Rightarrow\; e \cdot v \cdot B = e \cdot E$ *Da das elektrische Feld des Plattenkondensators homogen ist, gilt* $E = \frac{U}{d}$ *.*

Also: $e \cdot v \cdot B = e \cdot \frac{U_C}{d} \;\Rightarrow\; U_C = d \cdot v \cdot B \overset{\text{Aufgabe 2}}{=} d \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m_e}} \cdot B \approx 187\ 554\,V \approx 190\,kV$

c) Schickt man statt Elektronen geladene Teilchen durch den Kondensator, die sich in Masse, Ladung und Geschwindigkeit unterscheiden, so werden durch die Anordnung alle Teilchen mit einer bestimmten Eigenschaft heraus gefiltert. Welche Eigenschaft ist das? Antwort mit Begründung!

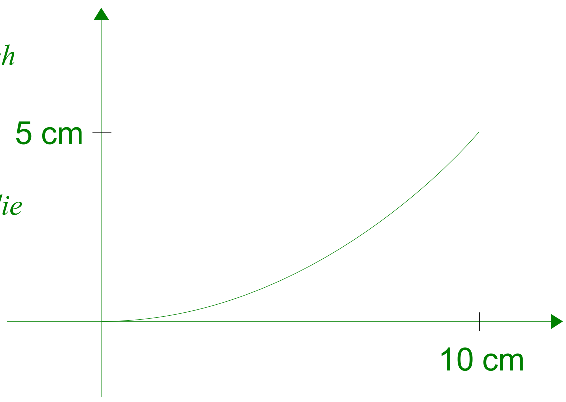
Es gilt (siehe b)): $F_L = F_E \Rightarrow e \cdot v \cdot B = e \cdot E \Rightarrow v = \frac{E}{B}$. *Durch konstante E- und B-Feldstärken wird ein v festgelegt. Alle Teilchen mit dieser Geschwindigkeit v werden also auf geradem Weg hindurchgelassen, ohne Rücksicht auf ihre Masse und ihre Ladung.*

Anmerkung: Diese Geschwindigkeits-Filter-Anordnung nennt man „Wien-Filter“.
(Wilhelm Wien (1864 - 1928) - deutscher Physiker, siehe auch http://de.wikipedia.org/wiki/Wilhelm_Wien)

---

6 Wie in Aufgabe 5 werden Elektronen beschleunigt und treten in einen Kondensator ein. Nun ist aber kein Magnetfeld vorhanden, die Kondensator-Platten haben einen Abstand von d=40 cm und die Beschleunigungsspannung beträgt U_B=1000 V.
Nach einer Flugstrecke von x=10 cm im Kondensator (parallel zu den Platten gemessen) sind die Elektronen um y=5 cm zu einer Platte hin abgelenkt worden.
Berechnen Sie die Spannung U_C, die an die Kondensator-Platten angelegt wurde.

Ein Koordinatensystem wird so gelegt, dass der Eintrittspunkt der Elektronen in das Kondensatorfeld gleich dem Koordinatenursprung ist und dass die Elektronen vor Eintritt in das Kondensatorfeld entlang der x-Achse fliegen.



Die Bewegung in x-Richtung ist geradlinig gleichförmig, die Bewegung in y-Richtung ist konstant beschleunigt.

Aus $x = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v}$ *und* $y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ *folgt:*

$$y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{x^2}{v^2}$$

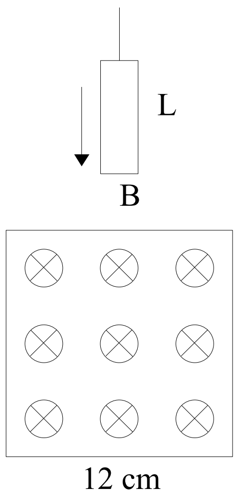
Mit $F = m \cdot a$ *und* $F = e \cdot E = e \cdot \frac{U}{d}$ *und* $v = \sqrt{\frac{2 e U_B}{m_e}}$ *aus Aufgabe 2 gilt:*

$$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m_e} \cdot \frac{x^2}{\frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m_e}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot U_C}{m_e \cdot d} \cdot \frac{m_e \cdot x^2}{2 \cdot e \cdot U_B} = \frac{U_C \cdot x^2}{4 \cdot d \cdot U_B} \Rightarrow U_C = \frac{4 \cdot d \cdot U_B \cdot y}{x^2} = 8000\,V$$

Man muss also 8 kV an die Kondensatorplatten anlegen.

---

7 Eine Spule mit 500 Windungen wird mit einem Strom der Stromstärke $I = 1\,A$ durchflossen. Die Spule wird mit konstanter Geschwindigkeit abgesenkt und durchquert dabei ein Magnetfeld der Stärke $B = 0{,}1\,T$, das einen quadratischen Raumbereich ausfüllt (Seitenlänge 12 cm).
Beim Absenken misst man die auf die Spule wirkende Kraft, die durch das Magnetfeld bewirkt wird (die Gewichtskraft wird also nicht beachtet).
Man macht folgende Beobachtungen:
Innerhalb der ersten Sekunde wird die Kraft $F_1 = 0\,N$ gemessen. *(A)*
Danach wird 2 Sekunden lang die Kraft $F_2 = 2{,}5\,N$ (nach unten gerichtet) gemessen. *(B)*
Darauf wird 1 Sekunde lang die Kraft $F_3 = 0\,N$ gemessen. *(C)*
In den nächsten 2 Sekunden wird wieder eine Kraft von $F_4 = 2{,}5\,N$ gemessen, die aber jetzt nach oben gerichtet ist. *(D)*



Danach wird nur noch die Kraft $F_5=0\,N$ gemessen. *(E)*
Berechnen Sie die Breite b der Spule, die Länge L der Spule und die Geschwindigkeit v der Spule.
Achtung: Es gibt 2 verschiedene Lösungen für die 3 gesuchten Größen! Bitte beide Lösungen berechnen.
Die Zeichnung ist nicht maßstabsgetreu!

Die in der Lösung erwähnten Zeitbereiche sind in der Aufgabenstellung mit A bis E durchbuchstabiert.

1. Lösung: Die Spulenlänge L ist kleiner als die Länge des Magnetfeldes: L < 12 cm

Zu Beginn des Bereichs B tritt der untere Rand der Spule in das Magnetfeld ein (Zeitpunkt 0 s).
Zu Beginn des Bereichs C tritt der obere Rand der Spule in das Magnetfeld ein (Zeitpunkt 2 s).
Zu Beginn des Bereichs D tritt der untere Rand der Spule wieder aus dem Magnetfeld aus (Zeitpunkt 3 s).

In 3 s legt die Spule also 12 cm zurück, d. h. die Geschwindigkeit der Spule beträgt $v=\frac{s}{t}=\frac{12\,cm}{3\,s}=4\,\frac{cm}{s}$.

Zwischen dem Eintritt des unteren und dem Eintritt des oberen Randes der Spule liegen 2 s. Die Länge L der Spule berechnet sich also aus $s=v\cdot t=4\,\frac{cm}{s}\cdot 2\,s=8\,cm$.

Die Kraft auf die Spule berechnet sich aus $F=I\cdot l\cdot B$ *mit* $l=500\cdot b$ *(Windungszahl n=500). Daraus lässt sich b berechnen:* $F=I\cdot l\cdot B=I\cdot 500\cdot b\cdot B\;\Rightarrow\; b=\frac{F}{I\cdot 500\cdot B}=0{,}05\,m=5\,cm$

Werte der 1. Lösung: L = 8 cm ; b = 5 cm ; v = 4 $\frac{cm}{s}$

---

2. Lösung: Die Spulenlänge L ist größer als die Länge des Magnetfeldes: L > 12 cm

Zu Beginn des Bereichs B tritt der untere Rand der Spule in das Magnetfeld ein (Zeitpunkt 0 s).
Zu Beginn des Bereichs C tritt der untere Rand der Spule wieder aus dem Magnetfeld aus (Zeitpunkt 2 s).
Zu Beginn des Bereichs D tritt der obere Rand der Spule in das Magnetfeld ein (Zeitpunkt 3 s).

In 2 s legt die Spule also 12 cm zurück, d. h. die Geschwindigkeit der Spule beträgt $v=\frac{s}{t}=\frac{12\,cm}{2\,s}=6\,\frac{cm}{s}$.

Zwischen dem Eintritt des unteren und des oberen Randes der Spule liegen 3 s. Die Länge L der Spule berechnet sich also aus $s=v\cdot t=6\,\frac{cm}{s}\cdot 3\,s=18\,cm$.

Die Kraft auf die Spule berechnet sich aus $F=I\cdot l\cdot B$ *mit* $l=500\cdot b$ *(Windungszahl n=500). Daraus lässt sich b berechnen:* $F=I\cdot l\cdot B=I\cdot 500\cdot b\cdot B\;\Rightarrow\; b=\frac{F}{I\cdot 500\cdot B}=0{,}05\,m=5\,cm$

Werte der 2. Lösung: L = 18 cm ; b = 5 cm ; v = 6 $\frac{cm}{s}$

Formeln: Diese Formeln dürfen so benutzt werden, alle anderen Formeln müssen hergeleitet werden.

$s=v\cdot t \quad s=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 \quad v=a\cdot t \quad E=\frac{F}{Q} \quad B=\frac{F}{Q\cdot v} \quad \sigma=\frac{Q}{A} \quad H=\frac{I\cdot n}{l} \quad C=\frac{Q}{U} \quad C=\epsilon_0\cdot\epsilon_r\cdot\frac{A}{d} \quad R=\rho\cdot\frac{l}{A}$

$F=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\epsilon_0}\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{r^2} \quad W=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \quad W=m\cdot g\cdot h \quad W=\frac{1}{2}\cdot D\cdot s^2 \quad W=F\cdot s \quad W=\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2 \quad U=\frac{W}{Q}$

$F_z=m\cdot\frac{v^2}{r} \quad F=Q\cdot v\cdot B \quad F=I\cdot l\cdot B \quad E=\frac{U}{d} \quad \sigma=\epsilon_0\cdot E \quad B=\mu_0\cdot H$

$I=\frac{Q}{t} \quad U=R\cdot I \quad F_G=m\cdot g$

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!